#1: AnaGeo mit DERIVE

#2: 1. Punkte, Vektoren, Matrizen (Schreibweise)

#3: ---------------------------

#4: Punkte und Vektoren werden mit eckigen Klammern eingegeben!

#5: Trennung der Werte durch Kommata ergibt eine Zeile.

#6: Trennung der Werte durch Semikola ergibt eine Spalte.

#7: PA := [1, 2, 3]

#8: PB := [-2, 4, 3]

#9: $va := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

#10: $vb := \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

#11: In der (deutschen) Mathematik sind PA und PB Punkte und va und vb sind Vektoren, die vom Ursprung zum Punkt hinführen.

#12: Im amerikanischen Programm DERIVE ist aber PA ein Punkt und zugleich der zum Punkt gehörige Vektor!

#13: Die Spalten va und vb jedoch, die wir als Vektoren bezeichnen, sind in DERIVE 3x1-Matrizen!!!

#14: ---------------------------

#15: Was bedeutet das? Was ist der Unterschied?

#16: ---------------------------

#17: Bezüglich der Addition und Subtraktion gibt es keine Probleme, weil Vektoraddition und Matrizenaddition nach dem gleichen Prinzip funktionieren:

#18: PA = [1, 2, 3]

#19: PB = [-2, 4, 3]

#20: PA + PB = [-1, 6, 6]

#21: $va + vb = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}$

#22: PA − PB = [3, −2, 0]

#23: $va - vb = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

#24: ---------------------------

#25: Auch die Multiplikation mit Zahlen ist identisch:

#26: 3·PA = [3, 6, 9]

#27: $3 \cdot va = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$

#28: ---------------------------

#29: Der Unterschied zwischen Zeile und Spalte tritt jedoch bei der Multiplikation zu Tage:

#30: PA = [1, 2, 3]

#31: PB = [−2, 4, 3]

#32: PA·PB = 15

#33: PA*PB ist definiert als PAx*PBx + PAy*PBy + PAz*PBz. Hier also:

#34: 1·(−2) + 2·4 + 3·3 = 15

#35: Das wird 'Skalarprodukt' von Vektoren genannt, weil das Ergebnis eine Zahl, also ein Skalar ist.

#36: Dieses Produkt gibt es für Matrizen nicht:

#37: $va \cdot vb = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

#38: DERIVE schreibt den Punkt, rechnet aber damit nicht, weil das Produkt für Matrizen anders definiert ist!

#39: Beim Produkt von Matrizen wird 'Zeile mal Spalte' gerechnet.

Deshalb geht das Folgende:

#40: $[1, 2, 3]\cdot\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = [15]$

#41: Das Ergebnis ist hier nicht die Zahl 15, sondern die 1x1-Matrix

mit dem Inhalt 15!

#42: Das umgekehrte Produkt 'Spalte mal Zeile' funktioniert nicht:

#43: $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}\cdot[1, 2, 3] = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}\cdot[1, 2, 3]$

#44: ---------------------------

#45: ---------------------------

#46: Wir halten fest und vereinbaren für alle Zukunft:

#47: Wir schreiben in DERIVE Punkte und Vektoren immer als Zeile!

#48: Wir unterscheiden Punkte und Vektoren nur durch die Benennung!

#49: PA:=[1,2,3] meint den Punkt A.

#50: va:=[1,2,3] meint den Vektor zum Punkt A.

#51: Spalten fassen wir dagegen als Matrizen auf.

#52: Beim Rechnen mit Zeilen funktionieren alle Vektoroperationen.

#53: Beim Rechnen mit Spalten gelten die Rechengesetze für Matrizen!

#54: ---------------------------

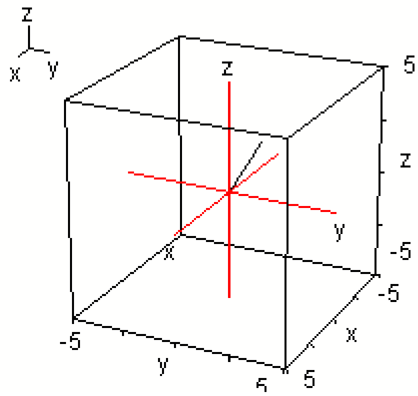
#55: Aber Achtung!

#56: ---------------------------

#57: Der Vektor va:=[1,2,3] wird von DERIVE als Punkt gezeichnet.

#58: Will man einen Vektorstrich sehen, muss man eingeben [0,0,0;1,2,3].

#59: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$



#60: ____________________________