#1: Ebenen elementar

#2: Eine Gerade ist gegeben durch Stützvektor plus t mal Richtunsvektor.

#3: Eine Ebene ist gegeben durch Stützvektor plus s mal 1. Richtunsvektor plus t mal 2. Richtungsvektor.

#4: ---

#5: Beispiel:

#6: $$\text{vpkta} := \left[1,\ 0,\ \frac{5}{3}\right]$$

#7: $$\text{erivek1} := \left[-1,\ 1,\ -\frac{5}{12}\right]$$

#8: $$\text{erivek2} := \left[0,\ 1,\ -\frac{5}{4}\right]$$

#9: Ebenenvektoren:

#10: $\text{veb}(s, t) := \text{vpkta} + s\cdot\text{erivek1} + t\cdot\text{erivek2}$

#11: $$\text{veb}(s, t) := \left[1 - s,\ s + t,\ -\frac{5\cdot s}{12} - \frac{5\cdot t}{4} + \frac{5}{3}\right]$$

#12: -------------------------------------

#13: Zeichnung der Vektoren:

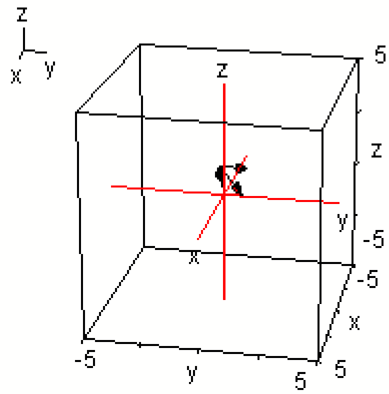
#14: LOAD(C:\ProgMath\Derive61\Math\VekSpitz3D.mth)

#15: vo := [0, 0, 0]

#16: Vektor3D(vo, vpkta, 0.3, 0.6)

#17: Vektor3D(vpkta, vpkta + erivek1, 0.3, 0.6)

#18: Vektor3D(vpkta, vpkta + erivek2, 0.3, 0.6)



#19: ——————————————————————————————————————

#20: Zeichnung der Ebene mit Kreuz der Richtungsvektoren:

#21: p0 := veb(0, 0)

#22: p1 := veb(1, –1)

#23: p2 := veb(1, 0)

#24: p3 := veb(1, 1)

#25: p4 := veb(0, 1)

#26: p5 := veb(–1, 1)

#27: p6 := veb(–1, 0)

#28: p7 := veb(–1, –1)

#29: p8 := veb(0, –1)

#30: Ebenenkreuz := [p1, p3, p5, p7, p1, p2, p6, p7, p8, p4, p0, vo]

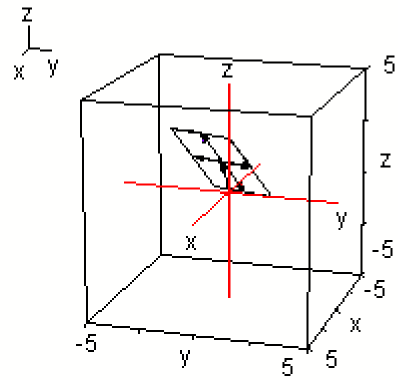
#31: Vektor3D(vo, p0, 0.2, 0.4)

#32: Vektor3D(p0, p2, 0.2, 0.4)

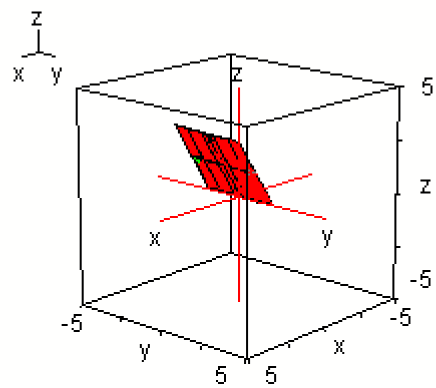
#33: Vektor3D(p0, p4, 0.2, 0.4)

#34: Vektor3D(p0, p6, 0.2, 0.4)

#35: Vektor3D(p0, p8, 0.2, 0.4)



#36: EbeneFilled := VECTOR([p1 + t·(p7 − p1), p3 + t·(p5 − p3)], t, 0, 1, 0.2)



#37: ——

#38: 1. Elementare Aufgabe: Gehört ein gegebener Vektor zur Ebene?

#39: $\text{vtest1} := \left[0,\ 3,\ -\dfrac{5}{4}\right]$

#40: vtest2 := [−1, 3, 5]

#41: ——

#42: Lösung zu vtest1:

#43: vtest1 = veb(s, t)

#44: $$\left[0,\ 3,\ -\frac{5}{4}\right] = \left[1 - s,\ s + t,\ -\frac{5\cdot s}{12} - \frac{5\cdot t}{4} + \frac{5}{3}\right]$$

#45: $$\text{SOLVE}\left(\left[0,\ 3,\ -\frac{5}{4}\right] = \left[1 - s,\ s + t,\ -\frac{5\cdot s}{12} - \frac{5\cdot t}{4} + \frac{5}{3}\right],\ [s,\ t]\right)$$

#46: $s = 1 \wedge t = 2$

#47: Ja, er gehört zur Ebene.

#48: vtest1 = veb(1, 2)

#49: $\left[0,\ 3,\ -\frac{5}{4}\right] = \left[0,\ 3,\ -\frac{5}{4}\right]$

#50: ---------------------------------------

#51: Lösung zu vtest2:

#52: vtest2 = veb(s, t)

#53: $[-1,\ 3,\ 5] = \left[1 - s,\ s + t,\ -\frac{5\cdot s}{12} - \frac{5\cdot t}{4} + \frac{5}{3}\right]$

#54: SOLVE(vtest2 = veb(s, t), [s, t])

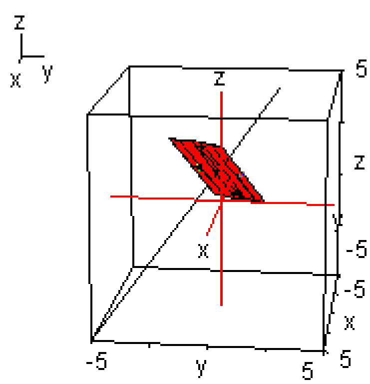
#55: false

#56: Nein, vtest2 gehört nicht zur Ebene.

#57: ---------------------------------------

#58: 2. Elementare Aufgabe: Schneidet eine gegebene Gerade die Ebene?

#59: $g(\lambda) := [5,\ -5,\ -5] + \lambda\cdot\left[-4,\ 5,\ \frac{20}{3}\right]$



#60: Ansatz:

#61: $g(\lambda) = veb(s, t)$

#62: SOLVE(g(λ) = veb(s, t), [s, t, λ])

#63: $s = 0 \wedge t = 0 \wedge \lambda = 1$

#64: Ja, die Ebene wird von der Geraden geschnitten im Punkt:

#65: $$g(1) = \left[1,\ 0,\ \frac{5}{3}\right]$$

#66: oder

#67: $$veb(0,\ 0) = \left[1,\ 0,\ \frac{5}{3}\right]$$

#68: ------------------------------------

#69: Weitere Fragen sind:

#70: Welchen Geraden liegen in der Ebene?

#71: Welchen Abstand hat die Ebene vom Ursprung?

#72: Wie kann man ein orthogonales KS für die Ebene bauen?

#73: Wie zeichnet man Kreise in der Ebene?

#74: Wie stellt man ein Tetraeder auf die Ebene?

#75: Usw.

#76: ------------------------------------