

#1: SKP-Anwendung

#2: -----

#3: Die gebräuchlichste Anwendung des SKP ist die Bestimmung von senkrechten Vektoren zur Konstruktion von Ebenen.

#4: -----

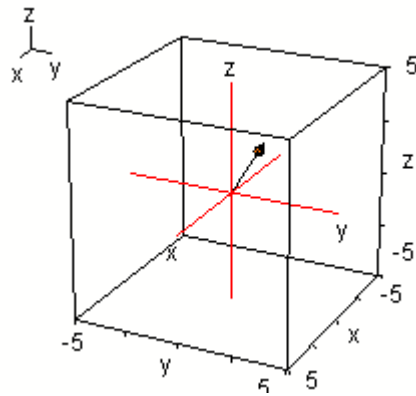
#5: A1: Gegeben sei v_1 . Zu bestimmen ist eine Ebene, die senkrecht zu v_1 ist.

#6: $v_0 := [0, 0, 0]$

#7: $v_1 := [1, 2, 3]$

#8: `LOAD(C:\ProgMath\Derive61\Math\VekSpitz3D.mth)`

#9: `Vektor3D(v0, v1, 0.2, 0.6)`



#10: Man sieht, dass es Senkrechte dazu in der x-y-Ebene geben wird. Einer geht nach vorn, andere gehen nach hinten.

#11: Außerdem ist es immer günstig, wenn die Richtungsvektoren die Länge 1 haben.

#12: Deshalb setzt man an:

#13: $[x, y, 0] \cdot v_1 = 0 \wedge x > 0 \wedge |[x, y, 0]| = 1$

#14: `SOLVE([x, y, 0]·v1 = 0 ∧ x > 0 ∧ |[x, y, 0]| = 1, [x, y], Real)`

#15:
$$x = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5} \wedge y = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

#16:
$$v_{ri1} := \left[\frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}, 0 \right]$$

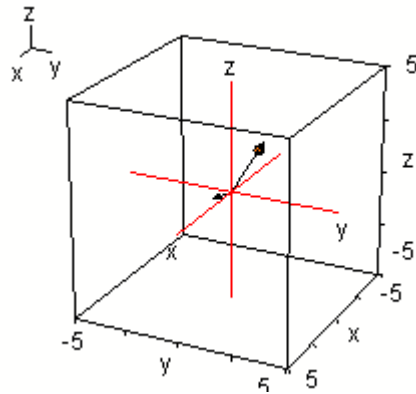
#17: Probe:

#18: $v_{ri1} \cdot v_1 = 0$

#19:
$$\left[\frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}, 0 \right] \cdot [1, 2, 3] = 0$$

#20: v_{ri1} und v_1 stehen senkrecht!

#21: $\text{Vektor3D}(v_0, v_{ri1}, 0.2, 0.6)$



#22: Jetzt sucht man einen zweiten Richtungsvektor der Ebene, der zu v_1 und zu v_{ri1} senkrecht steht und die Länge 1 hat. Das hat den Vorteil, dass man dann ein rechtwinkliges Normalsystem für die Ebene hat. Ansatz also:

#23: $[x, y, z] \cdot v_1 = 0 \wedge [x, y, z] \cdot v_{ri1} = 0 \wedge |[x, y, z]| = 1$

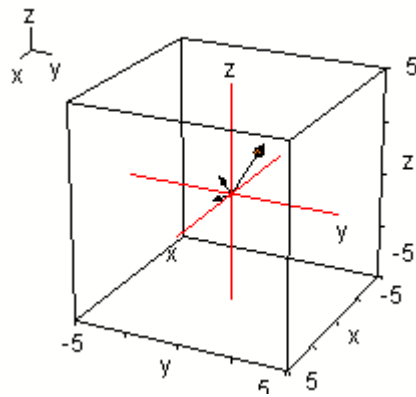
#24: $\text{SOLVE}([x, y, z] \cdot v_1 = 0 \wedge [x, y, z] \cdot v_{ri1} = 0 \wedge |[x, y, z]| = 1, [x, y, z], \text{Real})$

#25:
$$\left(x = -\frac{3 \cdot \sqrt{70}}{70} \wedge y = -\frac{3 \cdot \sqrt{70}}{35} \wedge z = \frac{\sqrt{70}}{14} \right) \vee \left(x = \frac{3 \cdot \sqrt{70}}{70} \wedge y = \frac{3 \cdot \sqrt{70}}{35} \wedge z = -\frac{\sqrt{70}}{14} \right)$$

#26: Es war klar, dass es zwei Möglichkeiten gibt. Ich wähle den Vektor mit positivem z .

#27:
$$v_{ri2} := \left[-\frac{3 \cdot \sqrt{70}}{70}, -\frac{3 \cdot \sqrt{70}}{35}, \frac{\sqrt{70}}{14} \right]$$

#28: $\text{Vektor3D}(v_0, v_{ri2}, 0.2, 0.6)$



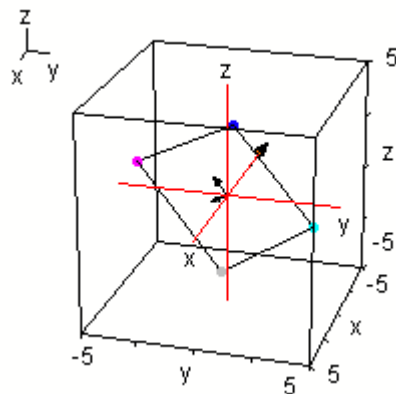
#29: Jetzt ist die Ebene klar:

#30: $s_ebene_zu_v1(s, t) := s \cdot vri1 + t \cdot vri2$

#31: -----

#32: Ich zeichne ein Quadrat in der Ebene:

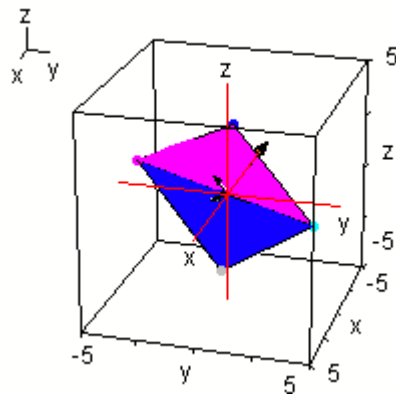
#33: $[s_ebene_zu_v1(3, 3), s_ebene_zu_v1(3, -3), s_ebene_zu_v1(-3, -3), s_ebene_zu_v1(-3, 3), s_ebene_zu_v1(3, 3)]$



#34: -----

#35: Ich fülle das Quadrat:

#36: $POLYGON_FILL([s_ebene_zu_v1(3, 3), s_ebene_zu_v1(3, -3), s_ebene_zu_v1(-3, -3), s_ebene_zu_v1(-3, 3), s_ebene_zu_v1(3, 3)])$



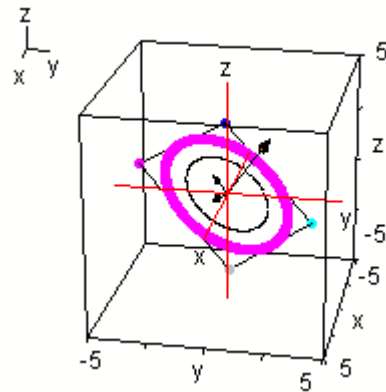
#37: -----

#38: Jetzt zeichne ich Kreise in der Ebene:

#39: $\text{krsvek}(r, t) := r \cdot \cos(t) \cdot \text{vri1} + r \cdot \sin(t) \cdot \text{vri2}$

#40: $\text{VECTOR}(\text{krsvek}(2, t), t, 0, 360^\circ, 1^\circ)$

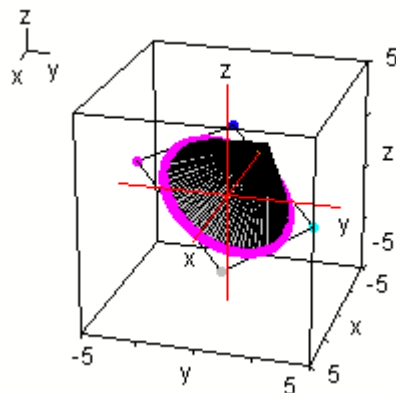
#41: $\text{VECTOR}([\text{krsvek}(3, t)], t, 0, 360^\circ, 1^\circ)$



#42: -----

#43: Und stelle ich noch einen Kegel auf die Ebene:

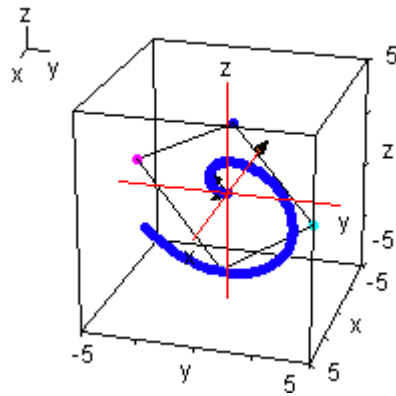
#44: $\text{VECTOR}([\text{krsvek}(3, t), \text{v1}], t, 0, 360^\circ, 3^\circ)$



#45: -----

#46: $\text{spiravek}(r, t) := r \cdot \frac{t}{2 \cdot \pi} \cdot \text{COS}(t) \cdot \text{vri1} + r \cdot \frac{t}{2 \cdot \pi} \cdot \text{SIN}(t) \cdot \text{vri2}$

#47: `VECTOR([spiravek(5, t)], t, 0, 360°, 3°)`



#48: -----