#1: Umwandlung der Ebenenformen

#2: hier: Von der Normalenform zur Punktrichtungsform

#3: ------------------------

#4: Normalenform gegeben, Punkt–Richtungsform gesucht.

#5: $ve := [x, y, z]$

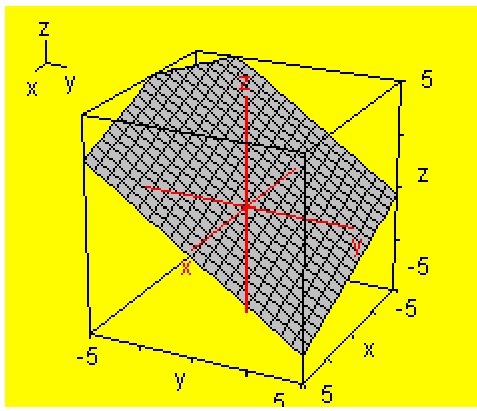
#6: $vn := [1, 2, 3]$

#7: Normalenform: Ebenenvektor*Normalenvektor=Zahl

#8: $ve \cdot vn = 4$

#9: $[x, y, z] \cdot [1, 2, 3] = 4$

#10: $x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = 4$



#11: ------------------------------

#12: Gesucht sind ein Stützvektor (va) und zwei Richtungsvektoren der Ebene, letztere möglichst orthogonal und normiert.

#13: $va := [a, b, c]$

#14: $vri1 := [d, e, f]$

#15: $vri2 := [g, h, i]$

#16: ------------------------------

#17: Der Normalenvektor weist zur Ebene hin, also muss man ihn nur verlängern oder verkürzen, um einen Stützvektor zu erhalten. D.h. λ*vn muss ein Vektor sein, der die Normalenform erfüllt:

#18: $(\lambda \cdot vn) \cdot vn = 4$

#19: $\lambda \cdot [1, 2, 3] \cdot [1, 2, 3] = 4$

#20: SOLVE(λ·[1, 2, 3]·[1, 2, 3] = 4, λ, Real)

#21: $$\lambda = \frac{2}{7}$$

#22: $\text{vaLsg} := \frac{2}{7}\cdot\text{vn}$

#23: $$\text{vaLsg} := \left[\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right]$$

#24: ------------------------------

#25: Die Richtungsvektoren müssen senkrecht zum Normalenvektor stehen.

#26: vri1·vn = 0

#27: [d, e, f]·[1, 2, 3] = 0

#28: $$d + 2\cdot e + 3\cdot f = 0$$

#29: Das ist nur lösbar, wenn zwei Werte vorgegeben werden. Ich wähle e=1 und f=0:

#30: [d, 1, 0]·[1, 2, 3] = 0

#31: SOLVE([d, 1, 0]·[1, 2, 3] = 0, d, Real)

#32: $$d = -2$$

#33: vri1Lsg := [-2, 1, 0]

#34: ------------------------------

#35: Der zweite Richtungsvektor soll senkrecht zum Normalenvektor und zu vri1Lsg stehen:

#36: vri2·vn = 0 ∧ vri2·vri1Lsg = 0

#37: [g, h, i]·[1, 2, 3] = 0 ∧ [g, h, i]·[-2, 1, 0] = 0

#38: Das sind zwei Gleichungen aber drei Variable. Also gebe ich noch etwas vor, z.B. i=1:

#39: [g, h, i]·[1, 2, 3] = 0 ∧ [g, h, i]·[-2, 1, 0] = 0 ∧ i = 1

#40: SOLVE([g, h, i]·[1, 2, 3] = 0 ∧ [g, h, i]·[-2, 1, 0] = 0 ∧ i = 1, [g, h, i], Real)

#41: $$g = -\frac{3}{} \wedge h = -\frac{6}{} \wedge i = 1$$

5 5

#42: $vri2Lsg := \left[-\frac{3}{5}, -\frac{6}{5}, 1\right]$

#43: ------------------------------

#44: Jetzt normiere ich die Richtungsvektoren auf die Länge 1 (e=Einheitsvektor):

#45: $vri1e := \frac{vri1Lsg}{|vri1Lsg|}$

#46: vri1e := [-0.894427191, 0.4472135955, 0]

#47: $vri2e := \frac{vri2Lsg}{|vri2Lsg|}$

#48: vri2e := [-0.3585685828, -0.7171371656, 0.5976143046]

#49: ------------------------------

#50: Nun steht die Ebene in Punkt-Richtungsform:

#51: ev(λ, μ) := vaLsg + λ·vri1e + μ·vri2e

#52: ------------------------------

#53: Zeichnung der Vektoren und der Ebene:

#54: LOAD(C:\ProgMath\Derive61\Math\VekSpitz3D.mth)

#55: Vektor3D([0, 0, 0], vaLsg, 0.2, 0.6)

#56: Vektor3D(vaLsg, ev(1, 0), 0.2, 0.6)

#57: Vektor3D(vaLsg, ev(-1, 0), 0.2, 0.6)

#58: Vektor3D(vaLsg, ev(0, 1), 0.2, 0.6)

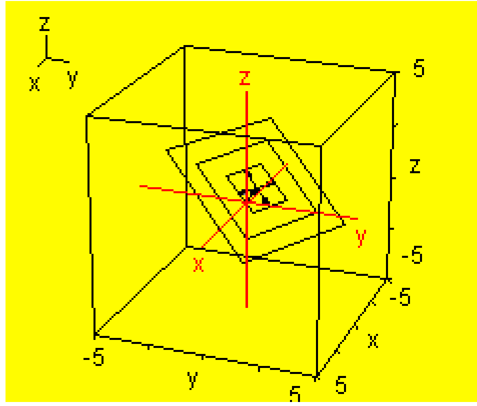
#59: Vektor3D(vaLsg, ev(0, -1), 0.2, 0.6)

#60: eQuadrat(k) := [ev(k, k), ev(-k, k), ev(-k, -k), ev(k, -k), ev(k, k)]

#61: eQuadrat(1)

#62: eQuadrat(2)

#63: eQuadrat(3)



z
x
y
5
z
-5
-5
x
5
-5
y
5
z
y
x