

- #1: Kugeln mit Derive, hier: Großkreise!
- #2: Was sind Großkreise?
- #3: Wozu sind Großkreise gut?
- #4: Wie zeichnet man Großkreise?
- #5: Wie berechnet man den Großkreis durch zwei Kugelpunkte?
- #6: -----
- #7: Bedeutung der Großkreise: Navigation!
- #8: Wie kommt man auf der Kugel am Schnellsten von A nach B?
- #9: Auf dem Großkreis!
- #10: Beweis:
- #11: Zu zwei gegebenen Kugelpunkten gibt es viele Kreise, die die Punkte verbinden, weil man für eine Sekante (gerade Strecke AB) unendlich viele Kreise bilden kann, die diese Strecke als Sekante haben.
- #12: Je flacher der Bogen über der Sekante liegt, desto kürzer ist er.
- #13: Der flachste der Bogen wird von dem Kreis erzeugt, welcher den größten Radius hat!
- #14: Das ist der Großkreis!
- #15: Deshalb fliegen alle Flugzeuge auf Großkreisen von A nach B!
- #16: Einschränkung: Es gibt zwecks vereinfachter Luftüberwachung sogenannte 'Flugstraßen'.
- #17: Berlin-Mallorca geht z.B. über Berlin-Frankfurt-Turin-Palma. Das ist nicht genau ein Großkreis.
- #18: -----
- #19: Großkreise sind Kreise auf der Kugel, deren Mittelpunkt der Kugelmittelpunkt ist.
- #20: Alle anderen Kreise auf der Kugel heißen Kleinkreise.
- #21: Längenkreise sind die Großkreise, die durch die Pole gehen.
- #22: Der Äquator ist auch ein Großkreis.

#23: -----

#24: ----- Großkreisbestimmung am Beispiel -----

#25: Gegeben sind zwei Kugelpunkte:

#26: Berlin: $L = 13^\circ E$, $B = 53^\circ N$

#27: Bagdad: $L = 44^\circ E$, $B = 33^\circ N$

#28: Gesucht ist Gleichung des Großkreises durch Berlin und Bagdad.

#29: -----

#30: ----- Lösung -----

#31: Kugelpunkt($KuMiPu$, r , λ , ϕ) := $KuMiPu + r \cdot [\cos(\phi) \cdot \cos(\lambda), \cos(\phi) \cdot \sin(\lambda), \sin(\phi)]$

#32: λ ist die geographische Länge (Drehwinkel auf dem Äquator von $[1,0,0]$ gegen Uhrzeigersinn).

#33: ϕ ist die Breite, d.h. der Drehwinkel eines Punktes vom Äquator hoch oder runter zur z-Achse.

#34: -----

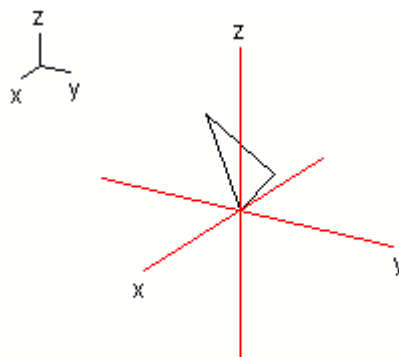
#35: $P_{Berlin} := \text{Kugelpunkt}([0, 0, 0], 5, 13^\circ, 53^\circ)$

#36: $P_{Bagdad} := \text{Kugelpunkt}([0, 0, 0], 5, 44^\circ, 33^\circ)$

#37: P_{Berlin} und P_{Bagdad} sind linear unabhängig und bestimmen eine Ebene.

#38: Ursprung := $[0, 0, 0]$

#39: $[Ursprung, P_{Bagdad}, P_{Berlin}]$



#40: -----

#41: Ich suche eine rechtwinkliges KS dieser Ebene.

#42: Dazu berechne ich den Normalen-Einheitsvektor der Ebene:

#43:
$$\text{normaleEV} := \frac{\text{CROSS}(\text{PBerlin}, \text{PBagdad})}{|\text{CROSS}(\text{PBerlin}, \text{PBagdad})|}$$

#44:
$$\text{normaleEV} := [-0.7874027077, 0.3266638444, 0.5227692688]$$

#45: Nun berechne ich normierte orthogonale Richtungsvektoren der Ebene:

#46:
$$\text{vri1EV} := \frac{\text{PBerlin}}{|\text{PBerlin}|}$$

#47:
$$\text{vri1EV} := [0.586390543, 0.1353789239, 0.79863551]$$

#48:
$$\text{vri2EV} := \frac{\text{CROSS}(\text{normaleEV}, \text{vri1EV})}{|\text{CROSS}(\text{normaleEV}, \text{vri1EV})|}$$

#49:
$$\text{vri2EV} := [0.1901134049, 0.9353947186, -0.2981503205]$$

#50: Ein GK-Punkt ist dann:

#51:
$$\text{grosskreispunkt}(t) := 5 \cdot (\text{COS}(t) \cdot \text{vri1EV} + \text{SIN}(t) \cdot \text{vri2EV})$$

#52:
$$\text{grosskreis} := \text{VECTOR}(\text{grosskreispunkt}(t), t, 0^\circ, 360^\circ, 10^\circ)$$

#53: -----

#54: --- Vorbereitung der Zeichnung ---

#55:
$$\text{KuMiPu} := [0, 0, 0]$$

#56:
$$\text{LKreis}(\text{KuMiPu}, r, \lambda) := \text{VECTOR}(\text{Kugelpunkt}(\text{KuMiPu}, r, \lambda, \phi), \phi, 0^\circ, 360^\circ, 5^\circ)$$

#57:
$$\text{LKreisBerlin} := \text{LKreis}(\text{KuMiPu}, 5, 13^\circ)$$

#58:
$$\text{LKreisBagdad} := \text{LKreis}(\text{KuMiPu}, 5, 44^\circ)$$

#59:
$$\text{BKreis}(\text{KuMiPu}, r, \phi) := \text{VECTOR}(\text{Kugelpunkt}(\text{KuMiPu}, r, \lambda, \phi), \lambda, 0^\circ, 360^\circ, 5^\circ)$$

#60:
$$\text{BKreisBerlin} := \text{BKreis}(\text{KuMiPu}, 5, 53^\circ)$$

#61:
$$\text{BKreisBagdad} := \text{BKreis}(\text{KuMiPu}, 5, 33^\circ)$$

#62:
$$\text{Kugelvoll}(\text{KuMiPu}, r, \text{Abstand}) := \text{VECTOR}(\text{LKreis}(\text{KuMiPu}, r, \lambda), \lambda, 0, \pi, \text{Abstand})$$

#63: -----

#64: Grosskreis fett nur von Berlin bis Bagdad:

#65: Startwinkel ist 0°, weil Berlin der erste Richtungsvektor ist.

#66: Winkel in Grosskreisebene zwischen Berlin und Bagdad:

$$\#67: \text{Winkel_in_grad} := \frac{\text{ACOS}\left(\frac{\text{PBerlin} \cdot \text{PBagdad}}{|\text{PBerlin}| \cdot |\text{PBagdad}|}\right)}{1^\circ}$$

#68: Winkel_in_grad := 29.81890223

#69: grosskreisFett := VECTOR([grosskreispunkt(t)], t, 0°, 29.81890223°, 3°)

#70: -----

#71: ----- Nacheinander Plotten lassen: -----

#72: [Ursprung, PBerlin]

#73: PBerlin

#74: LKreisBerlin

#75: BKreisBerlin

#76: [Ursprung, PBagdad]

#77: PBagdad

#78: LKreisBagdad

#79: BKreisBagdad

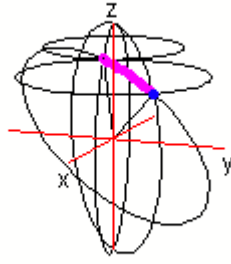
#80: grosskreis

#81: grosskreisFett

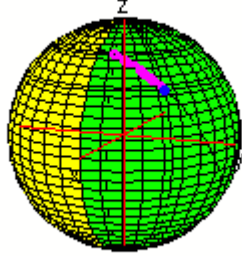
#82: Kugelvoll([0, 0, 0], 5, 10°)

#83: -----

z
x y



z
x y



#84: -----