#1: Kurven in 3D

#2: ---

#3: Kurven in 3D entstehen, wenn man die Komponenten x, y und z als Funktionen von t definiert.

#4: Die allgemeine Form ist also:

#5: k3d(t) := [fx(t), fy(t), fz(t)]

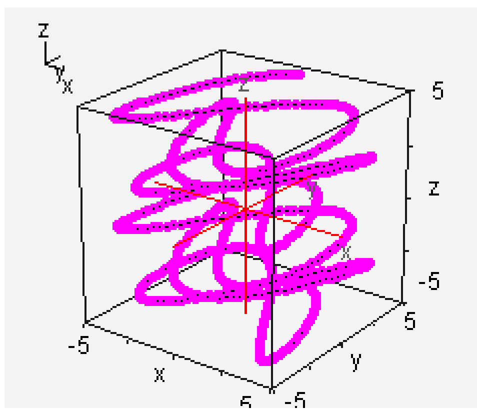
#6: ---

#7: Beispiel (Lissjou im Raum):

#8: $$\mathrm{k3d1}(t) := \left[4\cdot \mathrm{SIN}(3\cdot t),\ 4\cdot \mathrm{COS}(5\cdot t),\ \frac{10}{4\cdot\pi}\cdot t\right]$$

#9: $$\mathrm{VECTOR}\left(\mathrm{k3d1}(t),\ t,\ -2\cdot\pi,\ 2\cdot\pi,\ \frac{2\cdot\pi}{360}\right)$$

#10: $$\mathrm{VECTOR}\left([\mathrm{k3d1}(t)],\ t,\ -2\cdot\pi,\ 2\cdot\pi,\ \frac{\pi}{180}\right)$$



#11: ---

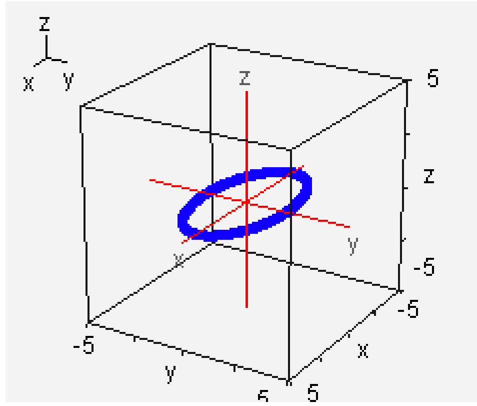
#12: Kurven in den Grundebenen entstehen, wenn eine Komponente konstant null ist.

#13: ---

#14: Beispiel: Ellipse in der x-y-Ebene:

#15: k3d2(t) := [4·COS(t), 2·SIN(t), 0]

#16: VECTOR([k3d2(t)], t, 0, 2·π, 1°)



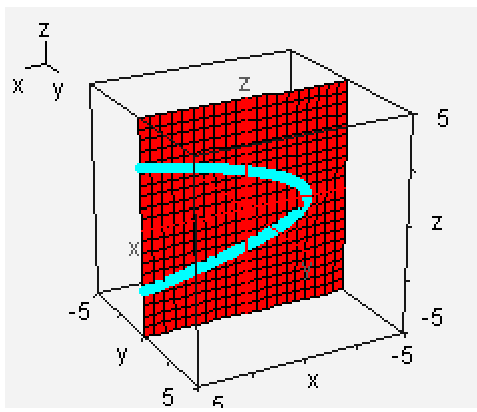
#17: --

#18: Beispiel: Parabel in der x-z-Ebene:

#19: $k3d3(t) := [t^2 - 3, 0, t]$

#20: VECTOR([k3d3(t)], t, $- 2\cdot\sqrt{2}$, $2\cdot\sqrt{2}$, 0.01)

#21: [x, 0, z]



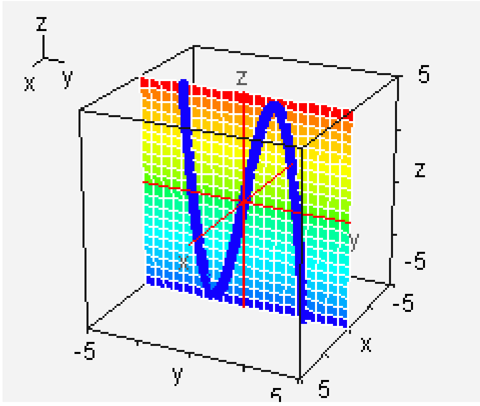
#22: --

#23: Beispiel: Parabel 3. Grades in der y-z-Ebene:

#24: $k3d4(t) := \left[0, t, \left(-\frac{96}{125}\right)\cdot t^3 + \frac{24}{5}\cdot t\right]$

#25: VECTOR([k3d4(t)], t, -5, 5, 0.01)

#26: [0, y, z]



#27: ——

#28: Kurven in schrägen Ebenen entstehen, wenn man die othogonalen Richtungsvektoren der schrägen Ebene einsetzt.

#29: Die Ellipse in der x-y-Ebene war:

#30: $k3d2(t) := [4 \cdot COS(t), 2 \cdot SIN(t), 0]$

#31: Das kann man auch anders schreiben:

#32: $k3d2(t) = 4 \cdot COS(t) \cdot [1, 0, 0] + 2 \cdot SIN(t) \cdot [0, 1, 0]$

#33: Wenn man die Richtungsvektoren [1,0,0] und [0,1,0] durch die einer anderen Ebene ersetzt, liegt die Ellipse dort.

#34: ——

#35: Beispiel: Ellipse in schräger Ebene

#36: $vri1 := [-1, 0, 0]$

#37: $$vri2 := \frac{[0, -1, 1]}{|[0, -1, 1]|}$$

#38: $eb(\lambda, \mu) := \lambda \cdot vri1 + \mu \cdot vri2$

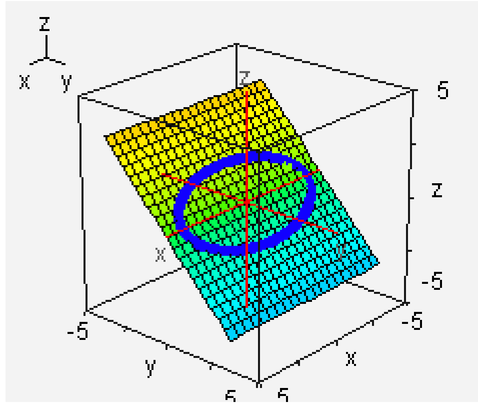
#39: Die Richtungsvektoren haben den Betrag 1 und stehen senkrecht aufeinander, denn:

#40: $$vri2 \cdot vri1 = 0$$

#41: Die Ellipse in der schrägen Ebene ist dann einfach:

#42: $k3d4(t) := 4 \cdot COS(t) \cdot vri1 + 2 \cdot SIN(t) \cdot vri2$

#43: $VECTOR([k3d4(t)], t, 0, 2 \cdot \pi, 1°)$



#44: Zu beachten ist, dass für diese Ellipse keineswegs z=0 gilt!

#45: Wenn wir die rechte Seite von k3d4 ausrechnen, ergibt sich nämlich:

#46: $$k3d4(t) = [- 4 \cdot COS(t), - \sqrt{2} \cdot SIN(t), \sqrt{2} \cdot SIN(t)]$$

#47: ---