

Eine gebirgige Fläche ohne Hochpunkt

$$\#1: \quad f(x, y) := - (y - 2 \cdot x^2) \cdot (y - x^2)$$

Die Funktion f ist offensichtlich für jedes Paar $[x,y]$ definiert und in jeder Richtung partiell differenzierbar.

Wenn man die Zeile #1 anklickt und zeichnen lässt, sieht man ein Gebirge mit vielen Höhen und Tiefen.

Aufgabe:

Zeigen Sie, dass es gleichwohl keinen Hochpunkt des Gebirges gibt!

Hinweis:

Wenn man sich den Graphen mit #2 genauer zeichnen lässt, dann sieht man es. Das ist aber kein Beweis.

Ein Beweis muss zeigen, dass keinen Punkt gibt, der höher als alle Punkte in einer Umgebung liegt.

$$\#2: \quad \text{VECTOR}(\text{VECTOR}(f(x, y), x, -5, 5, 0.1), y, -5, 5, 0.1)$$