

#1: Zum Aufwärmen: Was ist der Goldene Schnitt?

#2: -----

#3: Der Begriff -Schnitt- kommt von Zuschnitt.

#4: Zum Zuschnitt braucht man Maße oder Maßverhältnisse.

#5: Früher fasste man Brüche nicht als Zahlen auf, sondern als Verhältnisse.

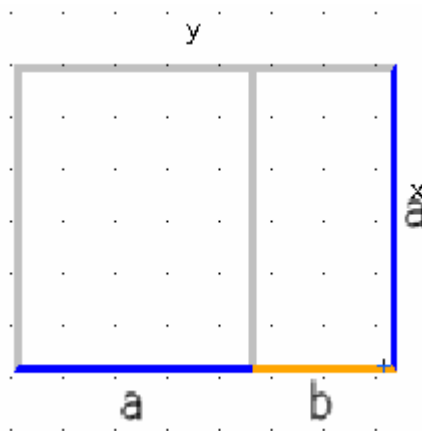
#6: Noch heute erkennen Ungebildete $3/4$ nicht als Zahl sondern als 'drei zu vier'.

#7: Der Goldene Schnitt ist also ein Verhältnis bzw. eine bestimmte Verhältniszahl.

#8: Wenn Maße von Objekten in diesem Verhältnis stehen, wirken sie bei Europäern schön.

#9: -----

#10: Betrachten wir die Teilung eines Fensters.



#11: Die Teilung ist im Goldenen Schnitt, wenn das große und das kleine Rechteck das gleiche Seitenverhältnis haben:

#12: Großes Rechteck: $(a+b) : a$

#13: Kleines Rechteck: $a : b$

#14: Es soll also gelten:

#15:
$$\frac{a + b}{a} = \frac{a}{b}$$

#16: Wir nehmen an, dass die lange Seite die Länge 1 habe, also $a+b = 1$.

#17: Dan ist $b = 1 - a$:

$$\#18: \frac{a + 1 - a}{a} = \frac{a}{1 - a}$$

$$\#19: \frac{1}{a} = \frac{a}{1 - a}$$

$$\#20: 1 \cdot (1 - a) = a^2$$

$$\#21: 1 - a = a^2$$

$$\#22: 0 = a^2 + a - 1$$

$$\#23: \text{SOLVE}(0 = a^2 + a - 1, a, \text{Real})$$

$$\#24: a = -\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \vee a = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\#25: a = -1.618033988 \vee a = 0.6180339887$$

#26: Wir können bei Strecken nur positive Werte gebrauchen:

$$\#27: a1 := \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\#28: 0.6180339887$$

#29: a beträgt also ca. 62% der längeren Seite.

$$\#30: b1 := 1 - a1$$

$$\#31: b1 := \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\#32: 0.3819660112$$

#33: b beträgt also ca. 38% der längeren Seite.

$$\#34: a1 + b1 = 1$$

#35: Nun prüfen wir die Verhältnisse:

$$\#36: \frac{a1}{b1} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}$$

$a1$

#37:
$$\frac{a_1 + b_1}{b_1} = 1.618033988$$

#38:
$$\frac{a_1 + b_1}{a_1} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}$$

#39:
$$\frac{a_1 + b_1}{a_1} = 1.618033988$$

#40: Diese Zahl wird gewöhnlich Goldener Schnitt genannt.

#41: -----

#42: Deutung:

#43: Ganze Seite (a+b) zu größerem Abschnitt a wie 1,618 zu 1.

#44: Und längerer Abschnitt a zu kleinerem Abschnitt b wie 1,618 zu 1.

#45: Man kann natürlich auch umgekehrt rechnen:

#46:
$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

#47:
$$\frac{b_1}{a_1} = 0.6180339887$$

#48:
$$\frac{a_1}{a_1 + b_1} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

#49:
$$\frac{a_1}{a_1 + b_1} = 0.6180339887$$

#50: -----

#51: Anwendung, z.B. beim Bau eines Tisches, Schrankes, Regals oder Bilderrahmens:

#52: 1. Lege ein Maß fest. Der Tisch soll z.B. 1,20 m lang sein.

#53: länge := 1.2

#54: 2. Multipliziere die Länge mit 0.618 und Du hast die Goldene Breite.

#55:
$$\text{breite} := \text{länge} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

#56:
$$\text{länge} \cdot 0.6180339887$$

#57: 0.7416407864

#58: -----

#59: Die Zahlen 1.618033988 und 0.6180339887 kommen überraschend häufig
in ganz verschieden Gebieten vor.

#60: Man hat sie in der Chaos-Theorie, bei Fibonacci-Folgen, bei Blumen
usw.

#61: Siehe Wikipedia!

#62: -----