

#1: Füllhöhe beim Kegelstumpfmessbecher

#2: -----

#3: InputMode := Word

#4: Zeichnung: Paetec-Formelsammlung S. 34

#5: Bei einem Messbecher sind r1, r2 und h gegeben.

#6: Für das Leer-Volumen gilt:

$$\#7: V_{\text{leer}}(h_{\text{leer}}, r1, r2_{\text{leer}}) := \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{leer}} \cdot (r2_{\text{leer}}^2 + r2_{\text{leer}} \cdot r1 +$$

$$r1^2)$$

#8: Beispiel: Bei meinem Messbecher ist h_leer=11cm, r1=4cm und

r2_leer=7cm:

#9: V_leer(11, 4, 7)

#10: 1071.283094

#11: 1071 Kubikcentimeter. Das passt für einen Liter = 1000 qcm, mit
Rand oben.

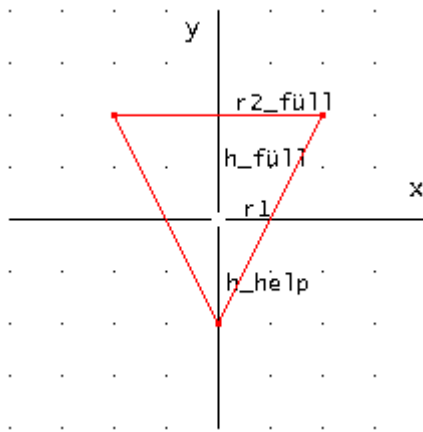
#12: Wenn wir den Becher füllen, dann bleibt r1=4cm fest, aber V, h und
r2 ändern sich:

$$\#13: V_{\text{füll}}(h_{\text{füll}}, r2_{\text{füll}}) := \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{füll}} \cdot (r2_{\text{füll}}^2 + r2_{\text{füll}} \cdot 4 + 4^2)$$

#14: Rechts sind noch zwei Variablen, h_füll und r2_füll, aber r2_füll
ist von h_füll abhängig.

#15: -----

$$\#16: \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 4 \\ 4 & 4 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$



#17: -----

#18: Nach Strahlensatz gelten folgende Verhältnisse:

#19:
$$\frac{h_{\text{help}}}{r_1} = \frac{h_{\text{help}} + h_{\text{füll}}}{r_{2\text{füll}}}$$

#20: Im leeren Becher haben wir r_1 , r_2 und h_{leer} und berechnen daraus h_{help} :

#21:
$$\frac{h_{\text{help}}}{r_1} = \frac{h_{\text{help}} + h_{\text{leer}}}{r_{2\text{leer}}}$$

#22: (bei meinem Messbecher ist $h_{\text{leer}}=11\text{cm}$, $r_1=4\text{cm}$ und $r_{2\text{leer}}=7\text{cm}$)

#23:
$$\frac{h_{\text{help}}}{4} = \frac{h_{\text{help}} + 11}{7}$$

#24:
$$h_{\text{help}} = \frac{44}{3}$$

#25: h_{help} und r_1 setze ich oben bei #19 ein:

#26:
$$\frac{\frac{44}{3}}{4} = \frac{\frac{44}{3} + h_{\text{füll}}}{r_{2\text{füll}}}$$

#27:
$$r_{2\text{füll}} = \frac{3 \cdot h_{\text{füll}} + 44}{11}$$

#28: -----

#29: Nun können wir die Volumenformel vereinfachen, indem wir $r_{2\text{füll}}$ ersetzen:

$$\#30: V_{\text{füll}_2}(h_{\text{füll}}) := \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{füll}} \cdot \left(\left(\frac{3 \cdot h_{\text{füll}} + 44}{11} \right)^2 + \frac{3 \cdot h_{\text{füll}} + 44}{11} \cdot 4 + 4^2 \right)$$

#31: Rechts haben wir nur noch eine Variable: $h_{\text{füll}}$!

$$\#32: \frac{3 \cdot \pi \cdot h_{\text{füll}}^3}{121} + \frac{12 \cdot \pi \cdot h_{\text{füll}}^2}{11} + 16 \cdot \pi \cdot h_{\text{füll}}$$

#33: -----

$$\#34: V_{\text{zufluss}}(t) := 100 \cdot t$$

$$\#35: V_{\text{zufluss}}(t) = V_{\text{füll}_2}(h_{\text{füll}})$$

#36: Dies muss nach $h_{\text{füll}}$ umgestellt und dann als $h_{\text{füll}}_{\text{lsg}}(t)$ definiert werden.