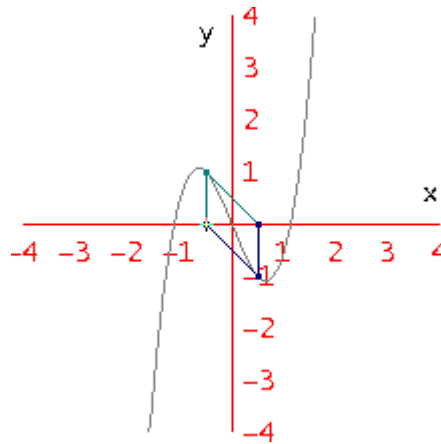


#1: Newton schlägt fehl, Kreisprozess, Konstruktion einer Funktion dazu

#2: Fall 1: Iteration dreht sich im Kreis, siehe Bild:



#3: Offensichtlich ist es günstig, wenn g symmetrisch zum Ursprung liegt und vom Grad 3 ist:

#4: $g(x) := k \cdot x \cdot (x + a) \cdot (x - b)$

#5: $g_-(x) := k \cdot (3 \cdot x^2 + 2 \cdot x \cdot (a - b) - a \cdot b)$

#6: Ich nehme willkürlich an, dass der Startwert $x_1 = -1/2$ sein soll.

#7: Dann muss wegen Symmetrie der nächste Wert $x_2 = +1/2$ sein.

#8: Weiter muss $g(x_1) = -g(x_2)$ sein und die Steigung muss bei x_1 und x_2 gleich sein.

#9: Ich habe drei Variable in $g(x)$: k , a und b . Also brauche ich drei Gleichungen.

#10: Ich setze willkürlich $g(x_1) = 1$ und $g(x_2) = -1$.

#11: Dann muss die Steigung der Tangente $g(x_1)/(x_2 - x_1)$ sein, also $1/1$, also 1. Das ergibt:

#12: $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \wedge g\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \wedge g\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

#13: $\text{SOLVE}\left(g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \wedge g\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \wedge g\left(\frac{1}{2}\right) = -1, [a, b, k], \text{Real}\right)$

#14: $\left(a = -\frac{\sqrt{5}}{2} \wedge b = -\frac{\sqrt{5}}{2} \wedge k = 2\right) \vee \left(a = \frac{\sqrt{5}}{2} \wedge b = \frac{\sqrt{5}}{2} \wedge k = 2\right)$

$$\#15: \text{gLsg}(x) := 2 \cdot x \cdot \left(x + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$\#16: \text{g_Lsg}(x) := \frac{12 \cdot x^2 - 5}{2}$$

$$\#17: \text{newLsg}(x) := x - \frac{\text{gLsg}(x)}{\text{g_Lsg}(x)}$$

$$\#18: \text{ITERATES}\left(\text{newLsg}(x), x, -\frac{1}{2}, 5\right)$$

$$\#19: \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

#20: Also schlägt Newton fehl.

#21: -----

#22: Für die Zeichnung:

#23: $\text{gLsg}(x)$

$$\#24: \text{streckenzug}(x) := \begin{bmatrix} x & 0 \\ x & \text{gLsg}(x) \\ \text{newLsg}(x) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\#25: \text{streckenzug}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\#26: \text{streckenzug}\left(\frac{1}{2}\right)$$

#27: -----