

#1: Reihen

#2: Reihen sind Folgen von Partialsummen

#3: Beispiel: Summe der ersten n natürlichen Zahlen

#4: $f(n) := n$

#5: Also $f(n)=1,2,3,4,5,6\dots n$

#6: Die Folge von Partialsummen ist dann:

#7: $s(1)=1$

#8: $s(2)=1+2=3$

#9: $s(3)=1+2+3=6$

#10: Usw. Schreibweise:

#11: $s(n) := \sum_{k=1}^n k$

#12: -----

#13: Schreibweise mit Derive:

#14: Entweder Grundformel eingeben, z.B. k^2 und dann ANALYSIS/Summe wählen

#15: oder z.B. eintippen: $s5(n):=SUM(k^2,k,1,n)$.

#16: -----

#17: Für viele Reihen, nicht für alle, gibt es explizite Formeln. Siehe Formelsammlung.

#18: Derive kennt die Formeln. Einfach die Reihendefinition vereinfachen lassen:

#19: $s(n) := \sum_{k=1}^n k$

#20: $s(n) := \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$

#21: Wie kommt man per Hand darauf?

#22: $s(10) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

#23: Umsortieren:

#24: $s(10) = (10 + 1) + (9 + 2) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6)$

#25: $s(10) = 5 \cdot (10 + 1)$

#26: $s(10) = \frac{10}{2} \cdot (10 + 1)$

#27: Verallgemeinert:

#28: $s(n) := \frac{n}{2} \cdot (n + 1)$

#29: -----

#30: Summe der ersten n geraden natürlichen Zahlen

#31: $s_2(n) := \sum_{k=1}^n 2 \cdot k$

#32: $s_2(n) := n \cdot (n + 1)$

#33: Summe der ersten n ungeraden natürlichen Zahlen

#34: $s_3(n) := \sum_{k=1}^n (2 \cdot k - 1)$

#35: $s_3(n) := n^2$

#36: Summe der ersten n Quadrate natürlicher Zahlen

#37: $s_4(n) := \sum_{k=1}^n k^2$

#38: $s_4(n) := \frac{n \cdot (n + 1) \cdot (2 \cdot n + 1)}{6}$

#39: Summe der ersten n Kuben natürlicher Zahlen

#40: $s_5(n) := \sum_{k=1}^n k^3$

#41: $s_5(n) := \frac{n^2 \cdot (n + 1)^2}{4}$

#42: -----