#1: Ableitung der Exponentialfunktion

#2: ———————————————————————————————————

#3: $f(x) := a^x$

#4: Differenzenquotient an der Stelle x:

#5: $$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

#6: oder

#7: $$\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

#8: $$\frac{a^{x + h} - a^x}{h}$$

#9: $$\frac{a^x \cdot (a^h - 1)}{h}$$

#10: Die Ableitung von f(x) bei x ist definiert als:

#11: $$\lim_{h \to 0} \frac{a^x \cdot (a^h - 1)}{h}$$

#12: Für bestimmtes x ist a^x konstant und kann vorgezogen werden:

#13: $$a^x \cdot \lim_{h \to 0} \frac{a^h - 1}{h}$$

#14: $a^x \cdot LN(a)$

#15: $f1(x) := a^x \cdot LN(a)$

#16: ———————————————————————————————————

#17: Das ergibt zwei Fragen:

#18: 1. Warum existiert der Grenzwert in Zeile #13 überhaupt?

#19: 2. Warum ist das ln(a)?

#20: ———————————————————————————————————

#21: zu Frage 1

#22: $$\lim_{h\to 0} \frac{a^{h} - 1}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{a^{h + 0} - a^{0}}{h}$$

#23: D.h., dass der Limes die Tangentensteigung von a^x bei x=0 ist.

#24: Diese Tangentensteigung von a^x bei x=0 existiert, weil die Funktion bei x=0 nach Anschauung keinen Knick und keinen Sprung hat.

#25: Also gibt es eine Tangente und deren Steigung .

#26: Anmerkung: Der Beweis ist nicht sauber, weil ich mit der Anschauung operiere.

#27: Ein exakter Beweis ist sehr sehr aufwändig.

#28: -----------------------------------

#29: Zu Frage 2

#30: Warum das ln(a) ist, wird geklärt, wenn wir den Logarithmus besprochen haben.

#31: -----------------------------------