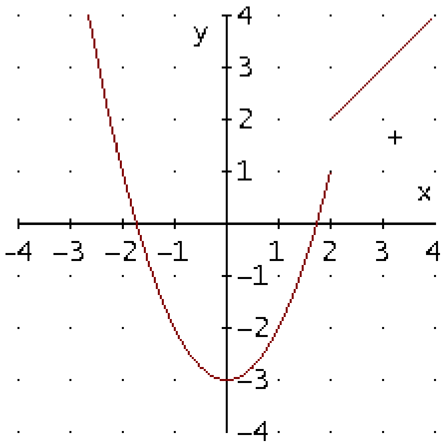
#1: Beweis der Nicht-Differenzierbarkeit

#2: Fall 3: Zusammengesetzte Funktion ist nicht stetig, also auch nicht differenzierbar, weil ein Sprung im Graphen vorliegt.

#3: ---

#4: Gegeben:

#5:
```
f(x) :=
  If x ≤ 2
     x^2 - 3
     x
```



#6: Behauptung: f ist an der Sprungstelle x=2 nicht differenzierbar!

#7: ---

#8: Beweis:

#9: Die Sekantensteigung allgemein ist:

#10: $$\frac{f(2 + h) - f(2)}{h}$$

#11: f(2) ist immer 1:

#12: $$\frac{f(2 + h) - 1}{h}$$

#13: Ich betrachte Sekantensteigungen von links, also für negatives h. Dann ist 2+h < 2. Also gilt:

#14: $$\frac{f(2 + h) - 1}{h} = \frac{(2 + h)^2 - 3 - 1}{h}$$

2

#15: $$\frac{(2 + h) \ - 4}{h}$$

#16: $$\frac{4 + 4\cdot h + h^{2} - 4}{h}$$

#17: $h + 4$

#18: $$\lim_{h\to 0-} (h + 4)$$

#19: 4

#20: Ich betrachte Sekantensteigungen von rechts, also für positives h.

Dann ist 2+h > 2. Also gilt:

#21: $$\frac{f(2 + h) - 1}{h} = \frac{(2 + h) - 1}{h}$$

#22: $$\frac{f(2 + h) - 1}{h} = \frac{2}{h} + \frac{h}{h} - \frac{1}{h}$$

#23: $$\frac{2}{h} + \frac{h}{h} - \frac{1}{h}$$

#24: $$\frac{2}{h} + 1 - \frac{1}{h}$$

#25: $$\lim_{h\to 0+} \left(\frac{2}{h} + 1 - \frac{1}{h}\right) = \left(\lim_{h\to 0+} \frac{2}{h}\right) + 1 + \lim_{h\to 0+} \frac{1}{h}$$

#26: $$\left(\lim_{h\to 0+} \frac{2}{h}\right) + 1 + \lim_{h\to 0+} \frac{1}{h}$$

#27: $\infty + 1 + \infty$

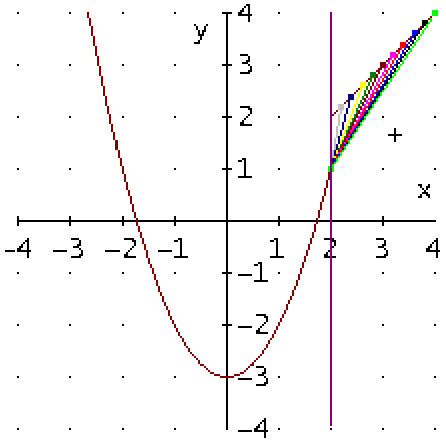
#28: ∞

#29: Der Grenzwert von links war 4 und von rechts existiert er nicht.

Also ist f bei x=2 nicht differenzierbar!

#30: ---

#31: Die Sekanten laufen von rechts gegen ein Senkrechte:



#32: --