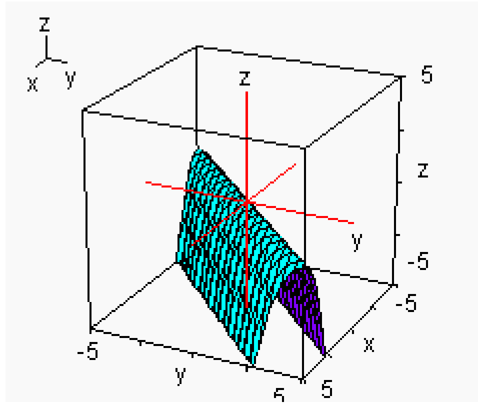
#1: Nicht hinreichende Bedingung für Hochpunkte von Flächen im Raum.

#2: ----------------------------------




#3: Für Funktionen f: R ---> R gilt:

#4: f'(x)=0 ∧ f''(x)<0 ===> [x,f(x)] ist HP.

#5: Direkt übertragen auf Funktionen f: RxR ---> R würde das bedeuten:

#6: fx'(x,y)=0 ∧ fy'(x,y)=0 ∧ f''x(x,y) <0 ∧ f''y(x,y) <0 ===>

[x,y,f(x,y)] ist HP.

#7: Behauptung: Diese Übertragung gilt nicht!

#8: Die Bedingung fx'(x,y)=0 ∧ fy'(x,y)=0 ∧ f''x(x,y) <0 ∧ f''y(x,y)

<0 ist NICHT hinreichend für einen HP.

#9: ----------------------------------

#10: Beweis. Es sei gegeben:

#11: $f(x, y) := - x^2 - y^2 + 2\cdot x\cdot y$

#12: ----------------------------------

#13: Erste partielle Ableitungen:

#14: $\frac{d}{dx} f(x, y) = 2\cdot y - 2\cdot x$

#15: $\frac{d}{dy} f(x, y) = 2\cdot x - 2\cdot y$

#16: Die ersten partiellen sind null für alle x=y, speziell für [0,0] .

#17: ----------------------------------

#18: Zweite partielle Ableitungen:

#19: $\left(\frac{d}{dx}\right)^2 f(x, y) = -2$

#20: $\left(\frac{d}{dy}\right)^2 f(x, y) = -2$

#21: Die beiden zweiten partiellen Ableitungen sind für alle x=y
negativ, speziell für [0,0] .

#22: --------------------------------

#23: Aber bei [0,0] liegt kein Hochpunkt, denn:

#24: $f(0, 0) = 0$

#25: $f(1, 1) = 0$

#26: $f(x, x) = 0$

#27: Alle Punkte auf der Diagonalen [x,x] sind gleich hoch.

#28: Also ist [0,0,f(0,0)] kein Hochpunkt der Fläche.

#29: q.e.d.

#30: --------------------------------