

Einführung in die Bedienung von Derive5

Maria Koth, Universität Wien

1. Grundbegriffe.....	4
1.1 Der Derive-Bildschirm.....	4
1.2 Eingeben von Ausdrücken.....	4
1.3 Vereinfachen von Ausdrücken.....	5
1.4 Ermitteln von Näherungswerten.....	5
1.5 Markieren von Ausdrücken im Algebrafenster.....	6
1.6 Faktorisieren und Ausmultiplizieren von Termen.....	6
1.7 Substituieren in Termen.....	7
1.7.1 Neubelegung von Variablen in einem Term:.....	7
1.7.2 Neubelegung eines Teilausdrucks:.....	8
1.8 Editieren von Ausdrücken.....	8
1.9 Löschen und Verschieben von Bildschirmzeilen.....	8
1.10 Einfügen von Textobjekten.....	9
2. Einführung in die 2D-Graphik von Derive.....	9
2.1 Zeichnen von Funktionsgraphen und Kurven.....	9
2.2 Ändern des Bildschirmausschnitts.....	11
2.2.1 Stauchen und Strecken des Bildschirmausschnitts.....	11
2.2.2 Bewegen des eingezeichneten Kreuzes.....	11
2.2.3 Verschieben des Bildschirmausschnitts.....	12
2.2.4 Automatische Skalierung in vertikaler Richtung.....	12
2.2.5 Direkte Eingabe der Bildschirmränder.....	12
2.2.6 Rückkehr zu den ursprünglichen Bildschirmeinstellungen.....	12
2.3 Untersuchen von Graphen mit dem Spurmodus.....	13
2.4 Weitere Einstellmöglichkeiten für 2D-Graphikfenster.....	13
2.4.1 Die Koordinatenachsen.....	13
2.4.2 Das Kreuz und die Gitterlinien.....	14
2.4.3 Auswahl der Zeichenfarbe.....	14
2.4.4 Kartesische Koordinaten oder Polarkoordinaten.....	14
2.5 Beschriften von Graphiken.....	14
2.6 Einbetten von Graphiken ins Algebrafenster.....	15
3. Veränderung von Voreinstellungen im Algebrafenster.....	15
3.1 Zahldarstellung und Rechengenauigkeit.....	15
3.2 Basis des Zahlensystems.....	16
3.3 Variablendarstellung.....	16
3.3.1 Character-Modus und Word-Modus.....	17
3.3.2 Groß- und Kleinschreibung von Variablen.....	17
3.4 Bogenmaß und Gradmaß.....	17

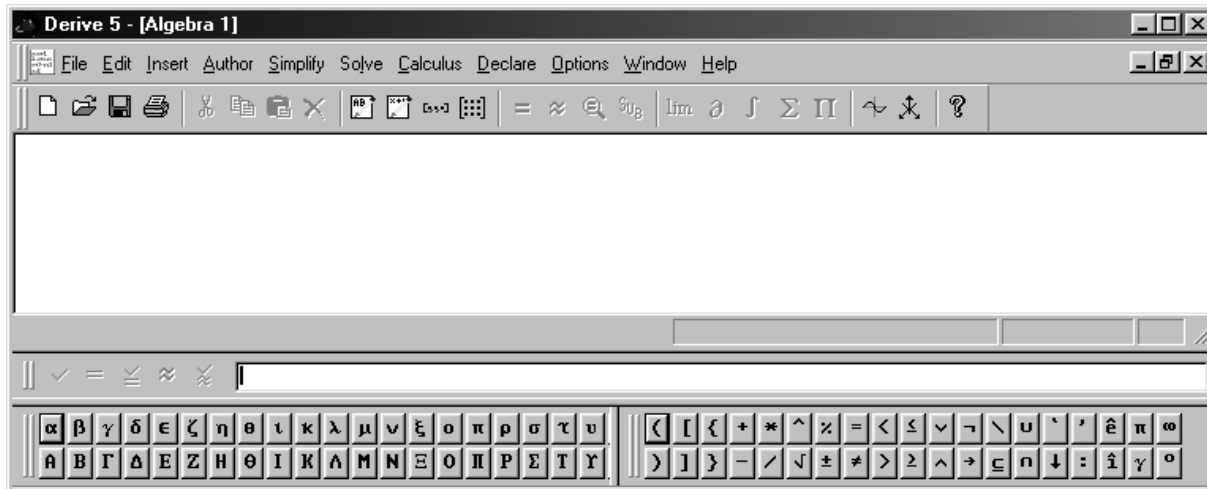
3.5 Zurück zu den ursprünglichen Einstellungen	18
3.6 Layout des Algebrafensters	18
3.7 Verwaltung mehrerer geöffneter Fenster.....	18
4. Lösen von Gleichungen und Ungleichungen	20
4.1 Lösen von Gleichungen	20
4.2 Schrittweises Lösen von Gleichungen.....	22
4.3 Lösen von Gleichungssystemen	22
4.4 Lösen von Ungleichungen und Ungleichungssystemen.....	23
5. Grenzwerte, Ableitungen und Integrale	24
5.1 Differenzieren.....	24
5.2 Integrieren.....	25
5.3 Bestimmen von Grenzwerten.....	26
6. Definieren von Konstanten und Funktionen.....	27
6.1 Definieren von Konstanten	27
6.2 Definieren von Funktionen in einer Variablen.....	27
6.3 Definieren von Funktionen in mehreren Variablen.....	27
6.4 Hinweise zum Definieren.....	28
7. Vektoren und Matrizen - Listen und Tabellen.....	29
7.1 Vektoren.....	29
7.2 Matrizen.....	29
7.3 Der VECTOR-Befehl.....	30
8. Weitere 2D-Graphikmöglichkeiten.....	31
8.1 Zeichnen von Punktlisten und Streckenzügen	31
8.2 Zeichnen von Funktionenscharen.....	32
8.3 Parameterdarstellung ebener Kurven.....	32
9. Kennenlernen der 3D-Graphik von Derive	33
9.1 Graphen von Funktionen von R^2 nach R	33
9.2 Die 3D-Graphik-Menübefehle	34
9.2.1 Stauchen und Strecken der Graphik.....	34
9.2.2 Änderung der Zahl der Gitterlinien und der Zeichenfarbe	34
9.2.3 Löschen von Graphiken.....	35
9.2.4 Untersuchen von Graphen mit dem Spurmodus	35
9.2.5 Rotieren von Graphiken	35
9.2.6 Automatische Skalierung der z-Achse	35
9.2.7 Darstellung der Koordinatenachsen, der Box etc.	36

9.2.8 Beschriften von Graphiken	36
9.2.9 Einbetten von Graphiken ins Algebrafenster	36
9.3 Parameterdarstellungen im \mathbb{R}^3	37
9.3.1 Geraden und Ebenen in Parameterdarstellung	37
9.3.2 Einbetten ebener Kurven in ein dreidimensionales Koordinatensystem	37
9.3.3 Rotation des Graphen einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ um die x- bzw. um die y-Achse	38
9.3.4 Rotation einer ebenen Kurve um eine Koordinatenachse	38
9.4 Darstellung von Punktlisten im 3D-Graphikfenster	39
10. Übersicht über die Programmierbefehle von Derive	40
10.1 Wertzuweisung mit $:=$	40
10.2 Zusammenfassen von Aktionen durch Listenklammern	40
10.3 Auswahl von Aktionen mit dem IF-Befehl	41
10.4 Listen mit dem VECTOR- bzw. dem SELECT-Befehl	42
10.5 Iterationen mit dem ITERATE-Befehl	43
10.6 Summen und Produkte	44
10.7 Befehle zum Operieren mit Listen	44
11. Laden - Speichern - Drucken	45
11.1 Speichern und Laden von Inhalten des Algebrafensters	45
11.1.1 DfW-Files (*.dfw)	45
11.1.2 Math-Files (*.mth)	45
11.2 Arbeiten mit der Windows-Zwischenablage	46
11.3 Drucken von Inhalten des Algebrafensters	47
11.4 Drucken und Speichern von Bildern	48

1. Grundbegriffe

1.1 Der Derive-Bildschirm

Nach dem Starten von Derive erscheint der folgende Bildschirm:



Im oberen Teil des Schirms befindet sich ein (leeres) Algebrafenster mit zugehöriger Titelleiste, Menüleiste und Befehls-Symboleiste. Die Menübefehle werden wie bei allen anderen Windows-Programmen bedient. Häufig benötigte Menübefehle stehen zusätzlich als Symbole in der Befehls-Symboleiste zur Verfügung.

Die Zeile mit dem blinkenden Cursor im unteren Teil des Bildschirms ist die Autorzeile. Man arbeitet mit Derive, indem man mathematische Ausdrücke über die Autorzeile ins Algebrafenster eingibt und dann mit Hilfe der Menübefehle umformt.

Griechische Buchstaben und mathematische Sonderzeichen, die auf der Tastatur nicht verfügbar sind, können durch Anklicken der entsprechenden Symbole in der Greek Symbol-Leiste bzw. der Math Symbol-Leiste in der Autorzeile dargestellt werden.

Mit dem Menübefehl **File>Exit** kann man das Arbeiten mit Derive beenden.

1.2 Eingeben von Ausdrücken

Eine zentrale Rolle bei der Bedienung von Derive spielt die Autorzeile, über die mathematische Ausdrücke und auch erläuternde Texte (diese sind in Anführungszeichen zu setzen) ins Algebrafenster eingegeben werden können.

Die Autorzeile kann durch Drücken der Funktionstaste **F2** (oder durch Anklicken mit der linken Maustaste) aktiviert und durch Drücken der **Esc**-Taste deaktiviert werden.

Tippt man, zum Beispiel, den Term $3(2+8+1)/(1+5)^2$ ein und drückt abschließend die **Enter**-Taste, so wird dieser Ausdruck im Algebrafenster in Bruchschreibweise dargestellt und mit einer Zeilennummer versehen.

Tastenbelegungen in der Authorzeile:

Tab	Markiert den gesamten Ausdruck in der Eingabezeile
Shift →	Markiert das Zeichen unter dem Cursor
Entf	Löscht alle markierten Zeichen
Rücktaste	Löscht das Zeichen links vom Cursor
Str z	Macht das letzte Löschen rückgängig
Einfg	Schaltet zwischen Einfüge- und Überschreibmodus um
← , →	Bewegt den Cursor um eine Stelle nach links bzw. rechts
Pos1, Ende	Bewegt den Cursor an den Zeilenanfang bzw. an das Zeilenende

1.3 Vereinfachen von Ausdrücken

Anwählen des Menübefehls **Simplify > Basic** (oder Anklicken des Simplify-Symbols in der Befehssymbolleiste) bewirkt, dass der im Algebrafenster aktuell markierte Ausdruck vereinfacht wird.

So wird, zum Beispiel, der Term $\frac{3 \cdot (2 + 8 + 1)}{(1 + 5)^2}$ aus Zeile 1 zu $\frac{11}{12}$ vereinfacht. Dieses Ergebnis wird in einer neuen Bildschirmzeile dargestellt.

Hinweise:

- Markiert man (mit Hilfe der Tastenkombinationen **Shift** ↓, **Shift** ↑, **Shift** → bzw. **Shift** ←) nur einen [Teil eines Ausdrucks](#), zum Beispiel nur den Subterm $(2+8+1)$ in Zeile 1, so wird beim Anwenden von **Simplify** nur dieser Subterm innerhalb des Terms vereinfacht.
- Schließt man die Eingabe eines Ausdrucks in der Authorzeile statt mit **Enter** mit der Tastenkombination **Strg Enter** ab, so wird der Ausdruck im Algebrafenster dargestellt und außerdem in der nächsten Bildschirmzeile das Ergebnis von **Simplify > Basic** ausgegeben.
- Dauert das Vereinfachen eines Ausdrucks zu lange, so kann man die laufende Berechnung jederzeit durch Drücken der **Esc**-Taste abbrechen.

1.4 Ermitteln von Näherungswerten

Derive führt numerische Operationen im allgemeinen in einer rationalen Arithmetik durch. Rationale Zahlen werden als gekürzte Brüche dargestellt, irrationale Zahlen verbleiben in symboli-

scher Schreibweise. So führt, zum Beispiel, das Vereinfachen des Terms aus Zeile 1 mit dem Simplify-Symbol auf die rationale Zahl **11/12**. Dezimale Näherungswerte einer numerischen Größe erhält man, indem man das Approx-Symbol anklickt (oder den Menübefehl **Simplify > Approximate** anwählt) .

Das Approx-Symbol liefert einen Näherungswert entsprechend der eingestellten Stellengenauigkeit (üblicherweise 10 signifikante Stellen). Der Menübefehl **Simplify > Approximate** ermöglicht es, die Zahl der signifikanten Stellen zu wählen.

Schließt man die Eingabe eines Ausdrucks in der Authorzeile statt mit **Enter** mit der Tastenkombination **Shift Enter** ab, so wird der Ausdruck im Algebrafenster dargestellt und außerdem in der nächsten Bildschirmzeile das Ergebnis von **Simplify > Approximate** ausgegeben.

1.5 Markieren von Ausdrücken im Algebrafenster

Einzelne Bildschirmzeilen im Algebrafenster können markiert werden

- durch Anklicken der jeweiligen Zeile mit der linken Maustaste oder
- mit Hilfe der Cursortasten **↑** und **↓**, die die Markierung um eine Zeile nach oben bzw. unten bewegen oder
- mit Hilfe der **Bild↑**- und der **Bild↓**-Taste, die die Markierung um eine Bildschirmhöhe nach oben bzw. unten bewegen oder
- mit Hilfe der **Pos1**- und der **Ende**-Taste, die die Markierung zum ersten bzw. zum letzten Ausdruck des Algebrafensters bewegen.

Ein Subterm eines Ausdrucks kann markiert werden

- durch Anklicken dieses Subterms mit der Maus oder
- mit Hilfe der Tastenkombinationen **Shift ↓** und **Shift ↑** (markiert jeweils den nächsttieferen / nächsthöheren Teilterm innerhalb des Ausdrucks) bzw. **Shift →** und **Shift ←** (markiert abwechselnd gleichwertige Teilterme)

Ein Block aus mehreren Algebrafenster-Zeilen kann markiert werden

- durch Anklicken der ersten Zeile dieses Blocks mit der linken Maustaste und Bewegen der Maus mit gedrückter linker Maustaste zur letzten Zeile des Blocks oder
- durch Anklicken der ersten Zeile dieses Blocks, Drücken der **Shift**-Taste und (bei gedrückter Shift-Taste) Anklicken der letzten Zeile des Blocks mit der linken Maustaste
- Mit Hilfe der Tastenkombination **Strg Shift ↓**

1.6 Faktorisieren und Ausmultiplizieren von Termen

Der Menübefehl **Simplify>Factor** ermöglicht es, Ausdrücke bezüglich einer, mehrerer oder aller seiner Variablen zu faktorisieren. Umgekehrt kann man mit dem Menübefehl **Simpli-**

fy>Expand Ausdrücke ausmultiplizieren. Markiert man nur einen Teil eines Ausdrucks, so wird nur dieser faktorisiert oder ausmultipliziert.

Natürliche Zahlen werden durch **Simplify>Factor** in ihre Primfaktoren zerlegt. Bei Variableausdrücken kann man die Tiefe der Zerlegung festlegen (**Trivial**, **SquareFree**, **Rational**, **Radical** oder **Complex**) bzw. angeben, nach welchen der vorkommenden Variablen und in welcher Variablenrangordnung man faktorisieren will.

Beispiele:

- Markieren der Zahl $10^{30}+1$ im Algebrafenster und Anwenden des Menübefehls **Simplify>Factor** liefert die Primfaktorzerlegung $61 \cdot 101 \cdot 3541 \cdot 9901 \cdot 27961 \cdot 4188901 \cdot 39526741$
- Markieren von x^2+4 , Anwenden von **Simplify > Factor** und Anklicken von **Complex** ergibt $(x + 2i)(x - 2i)$
- Markieren von $2x(x-3)^2$ und Anwenden von **Simplify > Expand** ergibt $2x^3-12x^2+18x$

1.7 Substituieren in Termen

Mit dem Menübefehl **Simplify > Variable Substitution** (bzw. durch Anklicken des SUB-Symbols in der Befehlssymbolleiste) kann man Variablen neue Werte zuweisen, mit **Simplify > Subexpression Substitution** ganze Teilterme durch andere Ausdrücke ersetzen.

1.7.1 Neubelegung von Variablen in einem Term:

- Zunächst markiert man im Algebrafenster den Ausdruck, in dem substituiert werden soll.
- Nach Aufruf von **Simplify > Variable Substitution** erscheint ein Dialogfeld, das links eine Liste aller in diesem Ausdruck vorkommenden Variablennamen anzeigt.
- Jeweils eine Variable dieser Liste ist blau markiert. Im **New Value**-Feld des Dialogfelds kann ein neuer Wert für diese Variable eingetippt werden.
- Mit der Tastenkombination **Shift ↓** (oder durch Anklicken mit der Maus) kann man der Reihe nach alle anderen Variablen der Liste markieren, und jeweils im New Value-Feld die gewünschten neuen Belegungen eintippen. Wird für eine Variable kein Wert eingegeben, so bleibt sie unverändert.
- Nach Durchführen aller Neubelegungen verlässt man das Dialogfeld durch Anklicken des **OK**- oder des **Simplify**-Feldes.

Beispiel:

Geben Sie ax^2+bx+c ins Algebrafenster ein.

a) Setzen Sie für $a=2$, für $b=3$ und für $c=4$ ein.

b) Ersetzen Sie x durch $3y-1$ und vereinfachen Sie den erhaltenen Term.

c) Vertauschen Sie in ax^2+bx+c die Variablen a und c.

1.7.2 Neubelegung eines Teilausdrucks:

- Markiert man nur einen Teil eines Ausdrucks, und wählt dann **Simplify > Subexpression Substitution** an, so erscheint ein Dialogfeld, in dem die gewünschte neue Belegung des markierten Teilausdrucks eingegeben werden kann.
- Außerdem kann man entscheiden, ob der Teilausdruck nur einmalig an der markierten Stelle (**One**) oder im gesamten Term (**All**) ersetzt werden soll.

Beispiel:

Geben Sie den Ausdruck $(3+xy)/(1+xy)$ ein, markieren Sie xy und ersetzen Sie dann

- a) beide vorhandenen Teilterme xy durch u ,
- b) nur den Teilausdruck xy im Zähler durch u .

1.8 Editieren von Ausdrücken

Der Menübefehl **Edit > Object** (bzw. Drücken der **Enter**-Taste) bewirkt, dass der im Algebrafenster aktuell markierte Ausdruck in der Authorzeile editiert wird.

Nach Verlassen der Authorzeile mit der Enter-Taste wird der markierte Ausdruck im Algebrafenster durch den neuen Inhalt der Authorzeile ersetzt.

Außerdem kann man Ausdrücke des Algebrafensters mit Hilfe der Funktionstasten **F3** und **F4** in die Authorzeile kopieren:

- **F3** kopiert einen im Algebrafenster markierten Ausdruck und fügt ihn an der aktuellen Cursorposition in der Authorzeile ein.
- **F4** kopiert einen im Algebrafenster markierten Ausdruck und fügt den in runde Klammern gesetzten Ausdruck an der aktuellen Cursorposition in der Authorzeile ein.

1.9 Löschen und Verschieben von Bildschirmzeilen

Um Speicherplatz zu sparen und auch um die Übersichtlichkeit am Bildschirm zu gewährleisten, ist es vorteilhaft, nicht mehr benötigte Bildschirmzeilen entfernen zu können.

Bildschirmzeilen werden gelöscht, indem man sie markiert und dann die **Entf**-Taste drückt (oder den Menübefehl **Edit > Delete** anwählt oder das **Delete**-Symbol in der Befehlssymbolleiste anklickt).

Mit Hilfe von **Edit > Undelete** (bzw. der Tastenkombination **Strg + z**) kann man das letzte Löschen rückgängig machen. Anwenden von **Edit > Undelete** hat zur Folge, dass der zuletzt gelöschte Zeilenblock nach der aktuell markierten Bildschirmzeile eingefügt wird (und kann daher auch zum Verschieben von Bildschirmzeilen verwendet werden).

Markierte Bildschirmzeilen können außerdem mit Hilfe des Befehls **Edit > Cut** (bzw. Anklicken des Cut-Symbols) in die Windows-Zwischenablage übernommen und mit **Edit > Paste** (bzw. Anklicken des Paste-Symbols) nach der aktuell markierten Bildschirmzeile wieder eingefügt werden.

Ist der Menüpunkt **Options > Renumber Expressions** aktiviert, so werden die nach dem Löschen bzw. nach dem Umgruppieren vorhandenen Bildschirmzeilen automatisch neu durchnummeriert.

1.10 Einfügen von Textobjekten

Der Menübefehl **Insert > Object** (bzw. die Funktionstaste **F5**) fügt nach der aktuell markierten Bildschirmzeile ein Textfeld ein. Dadurch können Arbeitsblätter gestaltet werden, die neben mathematischen Ausdrücken auch erläuternde Texte enthalten.

Durch Aktivieren des Menüpunkts **Window > View Toolbars > Formatting Toolbar** kann man eine Menüleiste einblenden, über die das Layout des Textfeldes verändert werden kann: Man kann Schriftart und Schriftgröße festlegen, Fettdruck, Kursivdruck oder Unterstreichen anwählen sowie den Text wahlweise linksbündig, rechtsbündig oder zentriert anordnen.

Durch Drücken der **Esc**-Taste bzw. durch Anklicken einer Bildschirmstelle außerhalb des Textfelds mit der linken Maustaste kann man ein aktives Textfeld verlassen und mit der Eingabe mathematischer Ausdrücke fortsetzen.

Ein Textfeld kann wie jeder mathematische Ausdruck durch Markieren und anschließendes Drücken der **Entf**-Taste gelöscht werden.

Beim Speichern von Arbeitsblättern ist zu beachten, dass eingefügte Textfelder und Graphiken nur im Dateityp [DfW-File](#) mitgespeichert werden können. Will man in einem [mth-File](#) erläuternde Texte mitspeichern, so sind diese in Anführungszeichen gesetzt in der Authorzeile einzugeben.

2. Einführung in die 2D-Graphik von Derive

2.1 Zeichnen von Funktionsgraphen und Kurven

Markiert man im Algebrafenster einen Ausdruck, der genau eine Variable enthält, zum Beispiel x^2-1 , und wählt den Menübefehl **Window>New 2D-plot Window** an (oder klickt das **2DPlot-Symbol** an), so eröffnet Derive ein 2D-Graphikfenster.

Nach Anwählen des Plot-Befehls im 2D-Graphikfenster, das heißt

- Anwählen des Menüpunktes **Insert > Plot**
- oder Drücken der Funktionstaste **F4**

- oder Anklicken des **Plot-Symbols** in der Symbolleiste wird der Graph der Funktion $x \rightarrow x^2-1$ gezeichnet.

Durch Anklicken des **AlgebraWindow**-Symbols oder Drücken der Tastenkombination **Strg F6** kann man ins Algebrafenster zurückkehren.

Markiert man dort einen neuen Ausdruck, zum Beispiel x^2 , und klickt dann das 2Dplot-Symbol an, so wird das zuvor eröffnete 2D-Graphikfenster mit dem Graphen der Funktion $x \rightarrow x^2-1$ aktiviert. Anwählen des Plot-Befehls im Graphikfenster bewirkt, dass der Graph der aktuell markierten Funktion $x \rightarrow x^2$ dazugezeichnet wird.

Mit Hilfe der Graphikmenübefehle **Edit > Delete Plot** und **Edit > Delete all Plots** kann man einzelne oder alle Graphiken löschen. Einfacher kann man durch Drücken der **Entf**-Taste bzw. Anklicken des **Delete**-Symbols in der Symbolleiste die zuletzt gezeichnete Graphik löschen.

Löscht man einen bereits gezeichneten Term im Algebrafenster, so wird dadurch die zugehörige Graphik nicht gelöscht. Die Graphik bleibt weiterhin nach jedem Aufruf des Graphikfensters sichtbar, so lange bis sie im Graphikfenster gelöscht wird.

Der Menübefehl **Window** ermöglicht die Verwaltung der gleichzeitig verwendeten [Fenster](#).

Hinweise:

In einem 2D-Graphikfenster können nur mathematische Ausdrücke folgender Art graphisch dargestellt werden:

- i) Ausdrücke der Form u , die nur eine Variable enthalten (z.B. x^2-3). In diesem Fall wird der Graph der Funktion $x \rightarrow u(x)$ gezeichnet.
- ii) Gleichungen bzw. Ungleichungen der Form $y = u$ bzw. $y < u$ bzw. $y > u$, wobei y eine Variable und u ein Ausdruck in genau einer anderen Variablen ist (z.B. $y = x^2-3$ bzw. $y < x^2-3$ bzw. $y > x^2 - 3$). Auch hier wird der Graph der Funktion $y = u(x)$ bzw. der Relation $y < u(x)$ bzw. $y > u(x)$ gezeichnet.
- iii) Gleichungen bzw. Ungleichungen der Form $u = v$ (bzw. $u < v$ bzw. $u > v$), wobei u und v Ausdrücke in insgesamt maximal zwei Variablen sind (z.B. $x^2 + y^2 = 4$). In diesem Fall werden die beiden Variablen in alphabetischer Reihenfolge der x - und der y -Achse zugeordnet, die Variable x aber auf jeden Fall der x -Achse. (Beachten Sie etwa den Unterschied zwischen $a^2 + 4b^2 = 4$ und $c^2 + 4b^2 = 4$). Der Algorithmus zum Zeichnen solcher implizit definierter Kurven oder Flächen startet in der linken oberen Ecke des 2D-Graphikfensters und zeichnet von oben nach unten Spalte für Spalte von links nach rechts.
- iv) Logische Ausdrücke, zusammengesetzt aus Ausdrücken der obigen Art und den Operatoren **AND**, **OR** bzw. **NOT**. (z.B. $x+y<1$ AND $x+2y>3$)
- v) [Parameterdarstellungen](#) ebener Kurven

- vi) Listen bestehend aus mindestens drei Ausdrücken der obigen Art (zum Beispiel [x^2-1 , x^2 , x^2+2]), siehe dazu Abschnitt [8.2 Zeichnen von Funktionenscharen](#)

2.2 Ändern des Bildschirmausschnitts

Markiert man im Algebrafenster den Ausdruck x^2+4 , aktiviert dann ein 2D-Graphikfenster und wählt dort den Plot-Befehl an, so wird scheinbar überhaupt nichts gezeichnet. Der Grund dafür ist, dass der Graph der Funktion $x \rightarrow x^2+4$ zur Gänze außerhalb des voreingestellten Zeichenbereichs liegt. In diesem und in vielen anderen Fällen ist es notwendig, den Bildschirmausschnitt so zu verändern, dass wesentliche Teile des Graphen sichtbar werden. Derive stellt dazu die folgenden Möglichkeiten zur Verfügung:

2.2.1 Stauchen und Strecken des Bildschirmausschnitts

Mit Hilfe der Funktionstasten **F5** bis **F10** kann man den Achsenmaßstab des Bildschirmausschnitts bequem verändern:

- F7 bzw. F8** vergrößert bzw. verkleinert in vertikaler Richtung
- F5 bzw. F6** vergrößert bzw. verkleinert in horizontaler Richtung
- F9 bzw. F10** vergrößert bzw. verkleinert gleichmäßig in beiden Richtungen

Daneben kann der Bildschirmmaßstab auch mit Hilfe der Graphikmenübefehle **Set > Plot Region** und **Set > Plot Range** verändert werden.

Mit **Set > Aspect Ratio** kann ein bestimmtes Achsenverhältnis eingestellt werden. Um zu erreichen, dass Kreise wirklich als Kreise dargestellt werden, klickt man im Dialogfeld von **Set > Aspect Ratio** das **Reset**-Feld und anschließend **OK** an.

2.2.2 Bewegen des eingezeichneten Kreuzes

Im 2D-Graphikfenster gibt es ein bewegbares Kreuz, dessen Koordinaten in der Statuszeile bei **Cross** abgelesen werden können. Die Koordinaten dieses Kreuzes können geändert werden:

- durch Anwählen des Graphikmenübefehls **Set > Cross Position** und anschließendes Eintippen der gewünschten Koordinaten,
- durch Anklicken der gewünschten Bildschirmstelle mit der linken Maustaste
- mit Hilfe der vier Cursortasten \uparrow , \downarrow , \leftarrow , \rightarrow (diese bewegen das Kreuz um ein Pixel nach oben, unten, links bzw. rechts),

- mit Hilfe der Tasten **Bild**↑ bzw. **Strg** ↑, **Bild**↓ bzw. **Strg** ↓, **Strg** →, **Strg** ← (diese bewegen das Kreuz um einen halben Gitterpunktsabstand nach oben, unten, rechts bzw. links)

2.2.3 Verschieben des Bildschirmausschnitts

Ein Verschieben des Bildschirmausschnitts ist mit Hilfe der Symbole **Center on Origin** bzw. **Center on Cross** oder mit Hilfe des Folgemodus möglich:

- Anklicken des Symbols **Center on Cross** bewirkt, dass der Bildschirmausschnitt so transliert wird, dass die momentanen Koordinaten des Kreuzes den neuen Bildschirmmittelpunkt bilden. Man kann daher den Bildschirmausschnitt bequem verschieben, indem man zuerst das Kreuz an eine geeignete Stelle bewegt und dann dieses Symbol anklickt.
- Anklicken des Symbols **Center on Origin** bewirkt, dass der Bildschirmausschnitt so transliert wird, dass der Koordinatenursprung im Bildschirmmittelpunkt liegt.
- Im Folgemodus folgt der Bildschirmausschnitt dem Kreuz, wenn dieses über den Bildschirmrand hinaus bewegt wird. Der Folgemodus wird durch Anklicken des Menüpunktes **Options** > **Follow Cross** ein- bzw. wieder ausgeschaltet.

2.2.4 Automatische Skalierung in vertikaler Richtung

Sehr hilfreich beim Zeichnen von Graphen ist die Möglichkeit, durch Anklicken des Menüpunktes **Options** > **Autoscale New Plots** die automatische Skalierung der y-Achse einzuschalten. In diesem Modus versucht das Programm, für die y-Achse einen optimalen Maßstab und einen geeigneten Ausschnitt zu finden.

2.2.5 Direkte Eingabe der Bildschirmränder

Mit Hilfe des Symbols **Set Range with Box** ist es möglich, die gewünschten Ränder des Bildschirmausschnittes direkt einzugeben: Nach Anklicken dieses Symbols verwandelt sich der Mauszeiger in ein großes Kreuz. Dieses Kreuz bewegt man an die gewünschte linke obere Ecke des Bildschirmausschnitts, drückt dort die linke Maustaste und bewegt die Maus mit gedrückter linker Maustaste zur gewünschten rechten unteren Ecke. Loslassen der linken Maustaste bewirkt, dass ein Dialogfeld mit den Begrenzungskordinaten des markierten Bildschirmausschnitts eingeblendet wird. Durch Drücken der Enter-Taste werden diese Ränder bestätigt, durch Eintippen anderer Werte in diesem Dialogfeld kann man die Ränder entsprechend verändern.

2.2.6 Rückkehr zu den ursprünglichen Bildschirmeinstellungen

Oft erscheint es wünschenswert, das Graphikfenster in den ursprünglichen Zustand zurückzusetzen. Am einfachsten erreicht man das, indem man im Dialogfeld des Menüpunktes **Set > Plot Region** oder des Menüpunktes **Set Plot > Range** das **Reset**-Feld anklickt und anschließend mit **OK** bestätigt.

Dieser Befehl bewirkt, dass die Einstellungen für den Maßstab und die Koordinatenachsen auf die Werte der Initialisierungsdatei zurückgesetzt werden.

2.3 Untersuchen von Graphen mit dem Spurmodus

Mit Hilfe der Funktionstaste **F3** (oder des Menübefehls **Options > Trace Plots**) kann der sogenannte Spurmodus ein- und ausgeschaltet werden. In diesem Modus bewegt sich das eingezeichnete Kreuz nur entlang von Funktionsgraphen. Dadurch ist es möglich, Koordinaten einzelner Punkte eines Graphen möglichst genau abzulesen.

Schaltet man den Spurmodus ein, so springt das Kreuz auf einen Funktionsgraphen und nimmt die Form eines kleinen Quadrats an. Die Cursortasten \rightarrow und \leftarrow bewegen dieses Quadrat entlang des Graphen um ein Pixel nach rechts bzw. nach links, die Tastenkombinationen **Strg** \rightarrow und **Strg** \leftarrow um einen halben Gitterpunkt Abstand nach rechts oder links. Sind mehrere Funktionsgraphen vorhanden, so kann man mit den Cursortasten \uparrow und \downarrow das Quadrat auf einen anderen Graphen bewegen.

Auf implizite Graphiken und auf Punktlisten (siehe Abschnitt [8.1 Zeichnen von Punktlisten und Streckenzügen](#)) ist der Spurmodus nicht anwendbar.

2.4 Weitere Einstellmöglichkeiten für 2D-Graphikfenster

2.4.1 Die Koordinatenachsen

Mit Hilfe des Graphikmenübefehls **Options > Display > Axes** kann man verschiedene Änderungen an der Darstellung der Koordinatenachsen vornehmen:

Lines: On/ Off

Durch Anwählen von **Off** erreicht man, dass die Koordinatenachsen ausgeblendet werden.

Labels: On/ Off

Hier kann man entscheiden, ob die Markierungen der Einheiten der Koordinatenachsen beschriftet werden.

Titles: Horizontal axis/ Vertical axis

Hier kann man Bezeichnungen der Koordinatenachsen eingeben. Unabhängig von der Variablenbezeichnung in der Funktionsgleichung wird im Graphikfenster diese Achsenbeschriftung verwendet.

Außerdem kann jeweils die Farbe, in der die Achsen, die Einheiten bzw. die Achsentitel dargestellt werden, gewählt werden.

2.4.2 Das Kreuz und die Gitterlinien

Mit Hilfe des Graphikmenübefehls **O**ptions > **D**isplay > **C**ross kann die Farbe des sichtbaren Kreuzes gewählt bzw. das Kreuz ausgeblendet werden.

Der Graphikmenübefehl **O**ptions > **D**isplay > **G**rids ermöglicht es, die Anzahl der Intervalle zu wählen, in die die x-Achse bzw. y-Achse unterteilt wird. Außerdem können wahlweise Gitterpunkte oder Gitterlinien dargestellt sowie deren Farbe festgelegt werden.

2.4.3 Auswahl der Zeichenfarbe

Mit Hilfe der Graphikmenübefehle **O**ptions > **D**isplay > **P**lot Color bzw. **O**ptions > **D**isplay > **B**ackground Color kann man die Farbe für den nächsten Funktionsgraphen bzw. die Hintergrundfarbe verändern.

Ist **O**ptions > **C**hange Plot Colors aktiviert, so ändert Derive beim Zeichnen mehrerer Graphen von Graph zu Graph automatisch die Zeichenfarbe.

2.4.4 Kartesische Koordinaten oder Polarkoordinaten

Mit Hilfe des Menübefehls **S**et > **C**oordinate System kann man wahlweise kartesische Koordinaten oder Polarkoordinaten einstellen.

2.5 Beschriften von Graphiken

Anwählen des Menübefehls **I**nsert > **A**nnotation bzw. Drücken der Funktionstaste **F12** ermöglicht es, an der aktuellen Kreuzposition ein Textfeld einzufügen. Im Dialogfeld ist der gewünschte Text einzutippen; außerdem können Schriftart, Schriftgröße und Farbe gewählt werden.

Um den Inhalt oder das Layout eines eingefügten Textfeldes zu verändern, klickt man dieses mit der Maus an und wählt den Menüpunkt **E**dit > **A**nnotation an. Außerdem kann man die Position eines Textfeldes durch Anklicken des Textfeldes mit der linken Maustaste und anschließendes Ziehen der Maus mit gedrückter linker Maustaste verändern.

Mit **E**dit > **D**eleate **A**nnotation kann man ein einzelnes zuvor mit der Maus markiertes Textfeld, mit **E**dit > **D**eleate **A**ll **A**nnotations alle vorhandenen Textfelder löschen.

2.6 Einbetten von Graphiken ins Algebrafenster

Der Menübefehl **File > Embed** bettet ein Bild des Graphikfensters im zugehörigen Algebrafenster ein.

Durch Anklicken und Ziehen des Randes mit der Maus kann man die Größe dieses eingebetteten Bildes verändern.

Ein Doppelklick auf das eingebettete Bild aktiviert das zugehörige Graphikfenster und ermöglicht es, dort Änderungen vorzunehmen (zum Beispiel das Achsenverhältnis mit **Set > Aspect Ratio** zu korrigieren). Anschließend können die Änderungen mit dem Graphikmenübefehl **File > Update** ins eingebettete Bild übernommen werden.

Außerdem besteht die Möglichkeit, rechteckige Ausschnitte des Graphikfensters mit Hilfe von [Edit>Mark and Copy](#) in die Windows-Zwischenablage zu kopieren, und von dort mit **Edit>Paste** in ein Algebrafenster (oder auch in ein Word-Fenster) einzufügen.

3. Veränderung von Voreinstellungen im Algebrafenster

3.1 Zahldarstellung und Rechengenauigkeit

Mit dem Menübefehl **Declare>SimplificationSettings>Precision** kann die Rechengenauigkeit eingestellt werden. Zur Auswahl stehen die Modi **Exact**, **Approximate** und **Mixed**, daneben kann im Menüfeld **Digits** die Anzahl der signifikanten Stellen festgelegt werden.

Beim Starten von Derive ist der **Exact**-Modus voreingestellt, in dem alle numerischen Operationen in einer rationalen Arithmetik durchgeführt werden. Rationale Zahlen werden hier als gekürzte Brüche dargestellt, irrationale Zahlen werden nicht näherungsweise berechnet, sondern verbleiben in symbolischer Schreibweise. Die angegebene Stellengenauigkeit im **Digits**-Feld des Untermenüs hat im exakten Rechenmodus nur für das Ermitteln von Näherungswerten mit dem Approx-Symbol Relevanz.

Im **Approximate**-Modus werden irrationale Zahlen und lange rationale Zahlen auf die momentan gewählte Stellengenauigkeit gerundet. Den Näherungsmodus wird man dann verwenden, wenn man Rechenzeit und Speicherplatz sparen will und Rundungsfehler in Kauf genommen werden können.

Im **Mixed**-Modus werden Operationen mit rationalen Zahlen exakt durchgeführt, irrationale Zahlen dagegen werden auf die gewählte Stellengenauigkeit angenähert.

Beispiel1:

Eingabe des Ausdrucks $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ und Vereinfachen mit dem Simplify-Symbol liefert im exakten Rechenmodus das Ergebnis $\sqrt{3} + 1$, im Approximate-Modus und im Mixed-Modus das Ergebnis **2.732050807**. Im exakten Rechenmodus wird also wohl der geschachtelte Wurzel-

ausdruck durch Umformungen vereinfacht, im Ergebnis bleibt aber $\sqrt{3}$ in symbolischer Schreibweise.

Beispiel2:

Eingabe des Ausdrucks $(5/8)^{99}$ und Vereinfachen mit dem Simplify-Symbol liefert im exakten Rechenmodus das exakte Ergebnis als Bruchzahl, im Approximate-Modus erhält man einen Näherungswert in Dezimalschreibweise.

Diese Beispiele zeigen, dass die Wahl des Rechenmodus automatisch auch die Darstellungsform des Ergebnisses beeinflusst. So zieht der Exact-Modus rationale, der Approximate-Modus wissenschaftliche und der Mixed-Modus gemischte Darstellung nach sich. Auch die Anzahl der ausgegebenen Dezimalstellen wird automatisch der eingestellten Rechengenauigkeit angepasst. Dadurch wird die Wahl der Notation des Ergebnisses meistens überflüssig.

Will man trotzdem die Form der Ausgabe unabhängig vom Rechenmodus festlegen, so kann man dies mit dem Menübefehl **Declare>Output Settings: Notation** tun. Zur Auswahl steht hier **Decimal**, **Mixed**, **Rational** und **Scientific**. Da der **Precision Mode**-Befehl automatisch eine bestimmte Ausgabeform nach sich zieht, kann der **Notation**-Befehl nur wirksam werden, wenn er erst nach der Wahl des Rechenmodus aufgerufen wird.

3.2 Basis des Zahlensystems

Mit Hilfe des Menübefehls **Declare>Input Settings: Radix** und **Declare>Output Settings: Radix** kann die Basis des Zahlensystems der in der Authorzeile eingetippten bzw. der im Algebrafenster ausgegebenen Zahlen gewählt werden. Voreingestellt ist jeweils das Dezimalsystem.

Möglich sind die Basen 2 bis 36. Bei Basen größer als zehn werden die Buchstaben A bis Z zur Darstellung der "Ziffern" 10 bis 35 verwendet. Um bei der Eingabe Verwechslungen mit Variablen zu vermeiden, müssen Zahlen, die mit einem Buchstaben beginnen mit einer vorangestellten Null geschrieben werden.

Beispiel:

Belässt man die Eingabebasis 10 und setzt die Ausgabebasis auf 16, so kann man bequem Zahlen aus dem Dezimalsystem ins Hexadezimalsystem umwandeln:

Die in der Authorzeile eingetippten Dezimalzahlen 12, 29, 3645, 24.5,... werden im Algebrafenster in Hexadezimalschreibweise als 0C, 1D, 0E3D, 18.8,... dargestellt.

3.3 Variablendarstellung

3.3.1 Character-Modus und Word-Modus

- Beim Einschalten von Derive ist der sogenannte **Character-Modus** voreingestellt, in dem Variablen, die nicht mit `:=` oder mit dem **Declare > Variable Value**-Befehl [definiert](#) worden sind, nur mit einem einzigen Buchstaben bezeichnet werden dürfen (Dabei sind auch griechische Buchstaben möglich, auch Variablennamen bestehend aus einem Buchstaben und folgenden Unterstreichungszeichen (z.B. x_1) sind zulässig). Beim Eingeben von Ausdrücken im Character-Modus müssen zwei Variablenbezeichnungen nicht durch einen Abstand getrennt werden.

- Daneben gibt es den **Word-Modus**, in dem Variablenbezeichnungen aus beliebig vielen Buchstaben, Ziffern oder Unterstreichungszeichen zusammengesetzt werden dürfen (nur das erste Zeichen muss ein Buchstabe sein!). Der Vorteil dieses Modus besteht darin, dass man Variablen aussagekräftige Namen geben kann. Nachteilig ist, dass man hier beim Eingeben von Ausdrücken sorgfältig darauf achten muss, zwei Variablen durch einen Abstand, durch einen Operator oder durch runde Klammern zu trennen.

Mit dem Menübefehl **Declare>Input Settings>Input Mode: Character/Word** kann man zwischen Character-Modus und Word-Modus umschalten.

3.3.2 Groß- und Kleinschreibung von Variablen

Nach Anwählen des Menübefehls **Declare>Input Settings** erscheint ein Untermenü, das unter anderem den Menüteil **Case Sensitivity: Insensitive/ Sensitive** enthält. Beim Starten von Derive ist üblicherweise **Insensitive** voreingestellt.

- **Insensitive** bedeutet, dass bei der Eingabe von Ausdrücken zwischen Groß- und Kleinschreibung nicht unterschieden werden muss. Unabhängig von der Schreibweise in der Autorzeile stellt Derive im Algebrafenster Variablennamen immer in Kleinbuchstaben und Namen von vordefinierten Standardfunktionen immer in Großbuchstaben dar. Namen von [userdefinierten Funktionen](#) werden in jener Schreibweise ausgegeben, in der sie erstmalig definiert worden sind.

- Im **Sensitive**-Modus kann die Groß- bzw. Kleinschreibung zur Unterscheidung von Variablen- und Funktionsnamen verwendet werden. Hier bezeichnen, zum Beispiel, r und R verschiedene Größen. Zu beachten ist, dass in diesem Modus die Namen der vordefinierten Standardfunktionen (wie zum Beispiel SIN , COS ,...) unbedingt in Großbuchstaben eingegeben werden müssen.

3.4 Bogenmaß und Gradmaß

Mit Hilfe des Menübefehls **Declare>Simplification Settings>Angular unit** kann zwischen Bogenmaß (**Radian**) und Gradmaß (**Degree**) umgestellt werden. Voreingestellt ist **Radian**.

Bei der Verwendung trigonometrischer Funktionen ist darauf zu achten, ob Bogenmaß oder Gradmaß aktuell ist: So beschreibt, zum Beispiel, der Ausdruck $\text{SIN}(90)$ im Bogenmaßmodus den Sinuswert des Winkels 90 rad, und auch die inversen trigonometrischen Funktionen liefern als Ergebnis den Winkel in rad.

Mit Hilfe der vordefinierten Konstante **DEG** (eingeben als deg oder als °) kann man Gradmaß in Bogenmaß umwandeln. **DEG** ist in der Bogenmaßeinstellung mit dem Wert $\pi/180$ belegt. So beschreibt, zum Beispiel, der Ausdruck $\text{SIN}(90^\circ)$ im Bogenmaßmodus den Sinuswert des Winkels 90° , und $\text{ASIN}(0.5)^\circ$ das Gradmaß des Winkels, dessen Arcussinuswert gleich 0.5 ist. (Zu beachten: Im Gradmaßmodus hat die Konstante **DEG** den Wert 1)

3.5 Zurück zu den ursprünglichen Einstellungen

Durch Anwählen des Menübefehls **Declare > Reset All Settings** werden gleichzeitig alle mit den Menübefehlen

Declare > Input Settings,
Declare > Output Settings und
Declare > Simplification Settings

durchgeführten Änderungen der Zustandsvariablenbelegungen wieder rückgängig gemacht und auf die ursprünglichen Werte zurück gesetzt.

3.6 Layout des Algebrafensters

Mit Hilfe des Menübefehls **Options>Display** kann das Layout des Algebrafensters verändert werden. Im zugehörigen Untermenü stehen die folgenden Befehle zur Verfügung:

Alignment of New Objects	Bildschirmzeilen, eingebettete Graphiken, Textobjekte und OLE-Objekte können wahlweise linksbündig, zentriert oder rechtsbündig angeordnet werden.
Font of All Expressions	Größe und Farbe der Bildschirmausdrücke kann gewählt werden.
Font of New Text Objects	Schriftart, Farbe und Größe der neueinzugebenden Textobjekte kann gewählt werden.
Background Color	Die Hintergrundfarbe kann gewählt werden.

3.7 Verwaltung mehrerer geöffneter Fenster

Eröffnen von Fenstern:

Beim Starten von Derive wird gleichzeitig ein Algebrafenster eröffnet, das in der Titelleiste die Bezeichnung Algebra 1 trägt. Mit dem Menübefehl **File>New** können weitere Algebrafenster geöffnet werden; diese erhalten zur Unterscheidung die Bezeichnungen Algebra 2, Algebra 3, usw.

Derive kennt daneben noch 2D- und 3D-Graphikfenster. Graphikfenster können mit Hilfe der Menübefehle **Window>New 2D-plot Window** bzw. **Window>New 3D-plot Window** eröffnet werden. Jedes Graphikfenster ist einem bestimmten Algebrafenster zugeordnet. So werden, zum Beispiel, die zum Fenster Algebra 3 gehörenden 2D-Graphikfenster der Reihe nach mit 2Dplot 3:1, 2Dplot 3:2, 2Dplot 3:3, usw. bezeichnet.

Schließen von Fenstern:

Fenster können durch Anklicken des Schließsymbols (ganz rechts in der Menüleiste des jeweiligen Fensters) oder mit Hilfe des Menübefehls **File>Close** geschlossen werden.

Graphikfenster können einzeln geschlossen werden. Beim Schließen eines Algebrafensters werden gleichzeitig auch alle diesem Fenster zugeordneten Graphikfenster geschlossen.

Anordnen der Fenster auf dem Bildschirm:

Mit Hilfe der Menübefehle

Window>Cascade, **Window>T**ile **H**orizontally, **Window>T**ile **V**ertically

kann man die geöffneten Fenster hintereinander gefächert, übereinander bzw. nebeneinander anordnen.

Aktivieren eines Fensters:

Das jeweils aktive Fenster ist an der blauen Färbung seiner Titelzeile erkennbar.

Die einzelnen eröffneten Fenster können auf verschiedene Arten aktiviert werden:

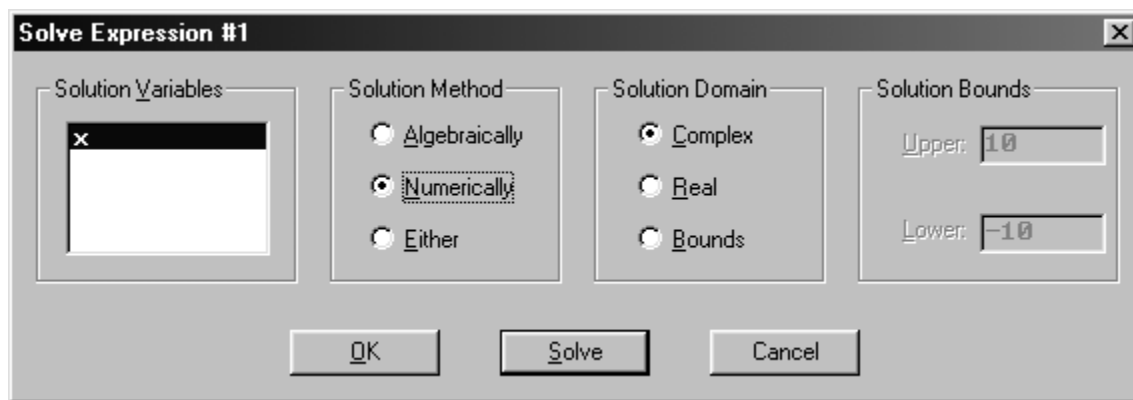
- Klickt man mit der Maus in ein Fenster, so wird dieses aktiviert. (Da Mausclicks in einem Algebrafenster die Markierung der jeweiligen Bildschirmzeile und in einem 2DGraphikfenster die Veränderung der Kreuzposition zur Folge haben, sollte man am besten die Titelleiste anklicken)
- Im Menüpunkt Window findet man eine Liste aller eröffneten Fenster. Ein bestimmtes Fenster kann durch Anklicken seines Fensternamens in dieser Liste aktiviert werden.
- Die Tastenkombination **Strg + F6** schaltet zum jeweils letzten aktiven Fenster um. Durch wiederholtes Drücken der Funktionstaste F6 bei gleichzeitig gedrückter Strg-Taste kann man daher jedes gewünschte Fenster erreichen. (Ist die Authorzeile aktiv, so muss man sie vor der Anwendung von **Strg + F6** durch Drücken der **Esc**-Taste deaktivieren.)
- Durch Anklicken des Algebrafenster-Symbols kann man von einem aktiven Graphikfenster aus das zugehörige Algebrafenster aktivieren.
- Durch Anklicken des 2DGraphik- bzw. 3DGraphik-Symbols und kann man von einem aktiven Algebrafenster aus das zuletzt aktivierte der zugeordneten 2D- bzw. 3D-Fenster aktivieren.

4. Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

4.1 Lösen von Gleichungen

Mit Hilfe des Menübefehls **Solve > Expressions** können viele Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme und Ungleichungssysteme auf Knopfdruck gelöst werden.

Will man, zum Beispiel, die Lösungen der Gleichung $x^4 - 4 = 0$ ermitteln, so markiert man im Algebrafenster die Gleichung $x^4 - 4 = 0$ (oder einfach den Term $x^4 - 4$) und wählt den Menüpunkt **Solve > Expressions** an (oder klickt stattdessen das Solve-Symbol in der Befehlssymbolleiste an). Daraufhin erscheint das folgende Dialogfeld:



- Enthält der markierte Term mehrere Variablen, so kann man im Auswahlfeld Solution Variables festlegen, welche Variable explizit ausgedrückt werden soll.
- Im Auswahlfeld **Solution Method** kann man entscheiden, ob die Gleichung mit algebraischen oder numerischen Methoden gelöst werden soll.
- Hat man die algebraische Lösungsmethode gewählt, so kann man im Auswahlfeld Solution Domain festlegen, ob alle komplexen Lösungen oder nur alle reellen Lösungen ermittelt werden sollen.
- Die numerische Lösungsmethode erlaubt im Auswahlfeld Solution Domain als dritte Variante außerdem die Angabe eines Intervalls, in dem eine Näherungslösung gesucht werden soll.
- Verlässt man das obige Auswahlfeld durch Anklicken des **Solve**-Feldes, so werden die ermittelten Lösungen als logischer Ausdruck dargestellt.

Im obigen Beispiel erhält man bei Auswahl von

Algebraically und Complex $x = -\sqrt{2} \cdot i \vee x = \sqrt{2} \cdot i \vee x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$

Algebraically und Real $x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$

Numerically und Complex $x = -1.414213562 \cdot i \vee x = 1.414213562 \cdot i \vee x = -$

Numerically und Real
Numerically und Bounds

$1.414213562 \vee x = 1.414213562$
 $x = -1.414213562 \vee x = 1.414213562$
 $x = 1.414213553$ (In diesem Fall wird nur eine einzige Näherungslösung ermittelt)

Statt des Menübefehls **Solve > Expressions** kann auch die vordefinierte **SOLVE**-Funktion oder die **SOLUTIONS**-Funktion zum Lösen von Gleichungen verwendet werden. Allgemein lautet die Syntax dieser Funktionen folgendermaßen:

SOLVE(u, x)	ermittelt alle komplexen Lösungen der Gleichung $u=0$ nach der Variablen x
SOLVE(u, x, Real)	ermittelt alle reellen Lösungen der Gleichung $u=0$ nach der Variablen x
SOLVE(u = v, x)	ermittelt alle komplexen Lösungen der Gleichung $u=v$ nach x
SOLVE(u = v, x, Real)	ermittelt alle reellen Lösungen der Gleichung $u=v$ nach x
NSOLVE(u, x) bzw. NSOLVE(u = v, x)	ermittelt mit numerischen Methoden komplexe Näherungslösungen der Gleichung $u = 0$ bzw. $u = v$
NSOLVE(u, x, Real) bzw. NSOLVE(u = v, x, Real)	ermittelt mit numerischen Methoden Näherungen der reellen Lösungen der Gleichung $u = 0$ bzw. $u = v$
NSOLVE(u = v, x, a, b)	sucht eine reelle Näherungslösung der Gleichung $u=v$ nach x im Intervall $[a; b]$

Ersetzt man in den obigen Befehlen das Schlüsselwort **SOLVE** durch **SOLUTIONS** bzw. **NSOLVE** durch **NSOLUTIONS**, so werden die ermittelten Lösungen nicht als logischer Ausdruck, sondern in Listenschreibweise ausgegeben.

Beispiel:

- Gibt man im Algebrafenster den Ausdruck **SOLVE(x²-x-6,x)** ein und vereinfacht mit Simplify, so erhält man die Lösungen der Gleichung $x^2-x-6 = 0$ in der Schreibweise $x = -2 \vee x = 3$.
- Setzt man die Gleichung im SOLVE-Befehl in eckige Klammern (zum Beispiel **SOLVE([x²-x-6], x)**), so ergibt Vereinfachen dieses Ausdrucks mit Simplify die Lösungen der Gleichung in der Schreibweise $[x = -2, x = 3]$.
- Vereinfachen des Ausdrucks **SOLUTIONS(x²-x-6, x)** liefert die Lösungen der Gleichung in der Schreibweise $[-2, 3]$.

Findet Derive bei einer Gleichung keine Lösung, so gibt die SOLUTIONS-Funktion als Ergebnis den leeren Vektor $[]$ und die SOLVE-Funktion den Ausdruck **false** aus. Ist eine Gleichung im gewählten Lösungsbereich allgemeingültig, so liefert die SOLUTIONS-Funktion als Ergebnis einen Vektor der Form $[@n]$, wobei n eine natürliche Zahl ist, und die SOLVE-Funktion den Ausdruck **true**.

4.2 Schrittweises Lösen von Gleichungen

Daneben ist es auch möglich, Gleichungen Schritt für Schritt durch Anwenden von Äquivalenzumformungen zu vereinfachen.

Beispiel1:

Geben Sie die Gleichung $3x-4 = 5+8x$ ins Algebrafenster ein.

- Durch Drücken der Funktionstaste **F4** wird die Gleichung in die Authorzeile geholt und in Klammern gesetzt.

- Nach Eintippen von $-8x$ und Drücken der **Enter**-Taste erscheint in der nächsten Zeile des Algebrafensters der Ausdruck $(3x-4 = 5+8x)-8x$.

- Anklicken des **Simplify**-Symbols bewirkt nun, dass die Äquivalenzumformung "auf beiden Seiten der Gleichung minus $8x$ " ausgeführt wird, und man erhält den Ausdruck $-5x-4 = 5$.

- Analog dazu kann man nun auf beiden Seiten der Gleichung 4 addieren und dann noch beide Seiten der Gleichung durch -5 dividieren, und man erhält so schließlich die Lösung $x = -9/5$.

Das entsprechende Derive-Bildschirmprotokoll sieht folgendermaßen aus:

1: $3x - 4 = 5 + 8x$

2: $(3x - 4 = 5 + 8x) - 8x$

3: $-5x - 4 = 5$

4: $(-5x - 4 = 5) + 4$

5: $-5x = 9$

6:
$$\frac{-5x = 9}{-5}$$

7: $x = -9/5$

Beispiel2:

Geben Sie die Gleichung $\text{EXP}(x+3) = 5$ ins Algebrafenster ein.

- Nach Eintippen von **LN** in der Authorzeile und Drücken der Funktionstaste **F4** und der Enter-Taste erscheint in der nächsten Zeile des Algebrafensters der Ausdruck $\text{LN}(\text{EXP}(x+3)=5)$.

- Anwenden des **Simplify**-Befehls bewirkt nun, dass auf beiden Seiten der Gleichung logarithmiert wird, und man erhält $x+3 = \text{LN}(5)$.

- Subtrahiert man noch auf beiden Seiten der Gleichung die Zahl 3, so erhält man die Lösung $x = \text{LN}(5)-3$.

4.3 Lösen von Gleichungssystemen

Systeme bestehend aus einfachen Polynomgleichungen können mit Derive auf Knopfdruck gelöst werden. Dazu gibt man die einzelnen Gleichungen des Systems

- entweder durch Beistriche getrennt und in zwei eckige Klammern eingeschlossen
- oder fortlaufend durch AND getrennt

in der Authorzeile ein und ruft dann den Menübefehl **Solve > Expression** auf bzw. klickt das Solve-Symbol an.

Beispiele:

- Markieren des Gleichungssystems $[2x + 3y = 7, 4x - 7y = 1]$ und Anklicken des Solve-Symbols führt auf die Lösung $[x=2 \wedge y=1]$.
- Markieren des Gleichungssystems $2x + 3y = 7 \text{ AND } 4x - 7y = 1$ und Anklicken des Solve-Symbols führt auf die Lösung $x=2 \wedge y=1$.
- Markieren des Gleichungssystems $[x^2 + y^2 = 65, x - 5y = -13]$ und Anklicken des Solve-Symbols führt auf die Lösungen $[x=7 \wedge y=4, x=-8 \wedge y=1]$.
- Markieren des Gleichungssystems $x^2 + y^2 = 65 \text{ AND } x - 5y = -13$ und Anklicken des Solve-Symbols führt auf die Lösungen $(x=7 \wedge y=4) \vee (x=-8 \wedge y=1)$.

Zu beachten ist, dass bei den obigen Beispielen im Solve-Auswahlfeld

- **sowohl x als auch y als Lösungsvariable markiert werden müssen**
- **und dass als Lösungsmethode Algebraically ausgewählt werden muss.**

Statt des Menübefehls **Solve** kann man auch die vordefinierte **SOLVE**-Funktion oder die **SOLUTIONS**-Funktion zum Lösen von Gleichungssystemen verwenden:

SOLVE($[u_1 = v_1, u_2 = v_2, \dots, u_n = v_n], [x_1, x_2, \dots, x_n]$) bzw.

SOLVE($u_1 = v_1 \text{ AND } u_2 = v_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } u_n = v_n, [x_1, x_2, \dots, x_n]$) bzw.

SOLUTIONS($[u_1 = v_1, u_2 = v_2, \dots, u_n = v_n], [x_1, x_2, \dots, x_n]$) bzw.

SOLUTIONS($u_1 = v_1 \text{ AND } u_2 = v_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } u_n = v_n, [x_1, x_2, \dots, x_n]$)

löst das Gleichungssystem $u_1=v_1, u_2=v_2, \dots, u_n = v_n$ nach den Variablen x_1, x_2, \dots, x_n .

Der Unterschied zwischen den beiden Funktionen besteht wieder darin, dass die **SOLVE**-Funktion die Lösungen als logischen Ausdruck unter Verwendung von \wedge und \vee darstellt, während die **SOLUTIONS**-Funktion eine Liste der Lösungen liefert.

!!!! Die Funktionen NSOLVE und NSOLUTIONS sind auf Gleichungssysteme nicht anwendbar !!!!

4.4 Lösen von Ungleichungen und Ungleichungssystemen

Der in Abschnitt [4.1 Lösen von Gleichungen](#) beschriebene Menübefehl **Solve** > **Expressions** und die dazu äquivalente **SOLVE**-Funktion sind auch auf Ungleichungen und Ungleichungssysteme anwendbar.

Beispiele:

- Markieren der Ungleichung $2x + 1 < 5$ und Anklicken des Solve-Symbols führt auf die Lösung $x < 2$
- Markieren des Ungleichungssystems $2x + 1 < 3$ OR $3x - 1 > 11$ und Anklicken des Solve-Symbols führt auf die Lösung $x < 1 \vee x > 4$
- Markieren des Ausdrucks **SOLVE**($3x+5 > 29$, x) und Anklicken des Simplify-Symbols ergibt die Lösung $x > 8$.
- Markieren des Ausdrucks **SOLVE**($2x+1 < 5 \vee 2x+3 > 8$, x) und Anklicken des Simplify-Symbols ergibt die Lösung $x < 2 \vee x > 5/2$.

!!!! Die Funktionen NSOLVE und NSOLUTIONS sind auf Ungleichungen und Ungleichungssysteme nicht anwendbar !!!!

5. Grenzwerte, Ableitungen und Integrale

5.1 Differenzieren

Zum symbolischen Differenzieren von Funktionen gibt es

- den Menübefehl **Calculus**>**Differentiate**
- das Ableitungs-Symbol in der Befehlsymbolleiste
- und die vordefinierte **DIF**-Funktion

Beispiel:

- Um den Ausdruck $a \cdot x^3$ nach x zu differenzieren, markiert man den Ausdruck im Algebrafenster und ruft den Menübefehl **Calculus**>**Differentiate** auf (oder klickt stattdessen das Ableitungssymbol in der Symbolleiste an).
- Im daraufhin erscheinenden Dialogfeld ist die Ordnung der Ableitung und die Variable, nach der differenziert werden soll anzugeben.
- Verlässt man das Dialogfeld durch Anklicken von **OK**, so wird die Ableitung im Algebrafenster in der Form $d/dx(a \cdot x^3)$ dargestellt (Dieser Ausdruck kann mit dem Simplify-Symbol zu $3 \cdot a \cdot x^2$ vereinfacht werden). Klickt man im Dialogfeld **Simplify** an, so erhält man sofort die Darstellung $3 \cdot a \cdot x^2$.

Man könnte die oben gesuchte Ableitung auch durch Eingabe des Ausdrucks **DIF**($a \cdot x^3$, x) in der Authorzeile und anschließendes Vereinfachen mit dem Simplify-Symbol ermitteln.

Die Syntax der vordefinierten **DIF**-Funktion lautet:

- DIF(u,x)** liefert die erste Ableitung des Ausdrucks u nach der Variablen x.
DIF(u,x,n) liefert die n-te Ableitung des Ausdrucks u nach der Variablen x.

5.2 Integrieren

Zum symbolischen Integrieren von Funktionen gibt es

- den Menübefehl **Calculus>Integrate**,
- das Integral-Symbol in der Befehlsymbolleiste
- und die vordefinierte **INT**-Funktion

Beispiel:

- Um eine Stammfunktion von $a \cdot x^2$ bezüglich x zu ermitteln, markiert man den Ausdruck im Algebrafenster und ruft den Menübefehl **Calculus>Integrate** auf (oder klickt das Integral-Symbol in der Befehlsymbolleiste an).
- Im daraufhin erscheinenden Dialogfeld ist die Integrationsvariable anzugeben und zu entscheiden, ob ein bestimmtes oder unbestimmtes Integral ermittelt werden soll. Bei bestimmten Integralen sind außerdem die Integrationsgrenzen gefragt, bei unbestimmten Integralen kann man den Wert der Integrationskonstanten festlegen.
- Verlässt man das Dialogfeld durch Anklicken von **OK**, so wird die Stammfunktion bzw. das bestimmte Integral im Algebrafenster mit Integralzeichen dargestellt. Klickt man im Dialogfeld **Simplify** an, so versucht Derive, einen Ausdruck in geschlossener Form zu finden, dessen Ableitung den Integranden ergibt. In diesem Beispiel erhält man nach Vereinfachen mit **Simplify** den Ausdruck $a \cdot x^3/3$.

Man könnte die oben gesuchte Stammfunktion auch durch Eingabe des Ausdrucks **INT(a·x², x)** in der Authorzeile und anschließendes Vereinfachen mit Simplify ermitteln.

Die Syntax der vordefinierten **INT**-Funktion lautet:

- INT(u, x)** liefert die Stammfunktion des Ausdrucks u bezüglich der Variable x.
INT(u, x, a, b) liefert das bestimmte Integral des Ausdrucks u bezüglich der Variable x mit der unteren Grenze a und der oberen Grenze b.
DIF(u, x, -n) liefert die n-te Antiderivierte des Ausdrucks u bezüglich der Variable x.

Hinweise:

- Derive setzt leistungsfähige Techniken ein, um die Stammfunktion einer großen Klasse von Funktionen zu berechnen. Es kann aber vorkommen, dass für eine Stammfunktion keine geschlossenen Darstellung mit den in Derive vordefinierten Funktionen und Operatoren existiert.

Kommen in einem Ergebnis noch Integralzeichen vor, so existiert entweder die Stammfunktion nicht oder Derive kann sie nicht vollständig bestimmen.

-Im exakten Rechenmodus ermittelt Derive bestimmte Integrale, indem eine Stammfunktion für den Integranden gesucht und diese an den Integrationsgrenzen durch Grenzwertbildung ausgewertet wird. Dadurch kann Derive auch einige uneigentliche Integrale lösen, die entweder unendliche Integrationsgrenzen haben oder bei denen der Integrand an den Grenzen Singularitäten aufweist.

- Hängt der Integrand nur von der Integrationsvariablen ab und sind die Grenzen numerische Werte, so wendet Derive im **Approximate**-Rechenmodus die Simpsonsche Regel zur näherungsweise Berechnung des bestimmten Integrals an.

5.3 Bestimmen von Grenzwerten

Zum Bestimmen von Grenzwerten gibt es

- den Menübefehl **Calculus>Limit**,
- das Grenzwert-Symbol in der Befehlsymbolleiste
- und die vordefinierte **LIM**-Funktion

Beispiel:

- Um den Grenzwert der Folge $\langle \frac{3n+1}{2n-1} \rangle$ für $n \rightarrow \infty$ zu bestimmen, markiert man den Ausdruck $\frac{3n+1}{2n-1}$ im Algebrafenster und wendet den Menübefehl **Calculus>Limit** an (oder klickt das Grenzwert-Symbol in der Befehlsymbolleiste an).
- Im daraufhin erscheinenden Dialogfeld ist bei Variable n und bei Limit point inf (für Unendlich) einzutippen.
- Verlässt man das Dialogfeld durch Anklicken von **OK**, so wird der Grenzwert im Algebrafenster in der Form $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2n-1}$ dargestellt. (Dieser Ausdruck kann mit dem Simplify-Symbol zu $3/2$ vereinfacht werden.) Klickt man im Dialogfeld **Simplify** an, so erhält man sofort das Ergebnis $3/2$.

Man könnte den oben gesuchten Grenzwert auch durch Eingabe des Ausdrucks **LIM**($\frac{3n+1}{2n-1}$, **n**, **inf**) in der Authorzeile und anschließendes Vereinfachen mit Simplify ermitteln.

Die Syntax der vordefinierten **LIM**-Funktion lautet:

LIM(f, x, a)	Grenzwert von f(x) für $x \rightarrow a$
LIM(f, x, a, 1)	Rechtsseitiger Grenzwert von f(x) für $x \rightarrow a^+$
LIM(f, x, a, -1)	Linksseitiger Grenzwert von f(x) für $x \rightarrow a^-$

6. Definieren von Konstanten und Funktionen

Oft ist es nützlich, Variablen einen fixen Wert zuzuweisen bzw. Funktionen durch einen definierenden Term festzulegen. In Derive ist das auf zwei Arten möglich:

- durch Eintippen der Definition in der Authorzeile unter Verwendung des Zuweisungsoperators `:=`
- oder mit Hilfe des Menübefehls **Declare>VariableValue** bzw. **Declare>Function Definition**

6.1 Definieren von Konstanten

Beispiel:

Will man der Größe a den fixen Wert 2 zuweisen, so kann man

- in der Authorzeile die Definition `a:=2` eingeben
- oder den Menübefehl **Declare>VariableValue** aufrufen und im zugehörigen Dialogfeld als Variablennamen a und als Variablenwert 2 eintippen.

Wird nun ein Ausdruck, in dem a vorkommt, mit Simplify vereinfacht, so wird a stets durch den Wert 2 ersetzt. Löst man, zum Beispiel, die Gleichung $x + 5 = a$, so erhält man $x = -3$.

6.2 Definieren von Funktionen in einer Variablen

Beispiel:

Will man die Funktion f durch den Term x^2-4 definieren, so kann man

- entweder die Definition `f(x) := x^2-4` in der Authorzeile eintippen
- oder den Menübefehl **Declare>FunctionDefinition** aufrufen und im zugehörigen Dialogfeld als Funktionsname $f(x)$ und als Funktionsdefinition x^2-4 eintippen.

Wird nun, zum Beispiel, der Ausdruck $f(3)$ mit Simplify vereinfacht, so erhält man als Ergebnis den Funktionswert 5.

6.3 Definieren von Funktionen in mehreren Variablen

Will man eine Funktion mit mehreren Variablen definieren, so gibt man in der Authorzeile den Funktionsnamen und eine Liste aller unabhängigen Variablen (durch Beistriche getrennt und in runde Klammern eingeschlossen), gefolgt vom Zuweisungszeichen `:=` und dem Funktionsterm ein.

Auch mit Hilfe des Menübefehls **Declare>Function Definition** können solche Funktionen definiert werden.

Beispiel:

- Die Funktion **HYPOTENUSE(a,b)** soll die Länge der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Kathetenlängen a und b angeben.
- Durch Eintippen von **HYPOTENUSE(a,b) := SQRT(a^2+b^2)** in der Authorzeile wird die Funktion definiert.
- Vereinfacht man nun **HYPOTENUSE(3,4)**, so erhält man den Wert 5.
- Vereinfacht man **HYPOTENUSE(3,2x)**, so erhält man $\sqrt{9+4x^2}$.
- Vereinfacht man **HYPOTENUSE(3)**, so erhält man $\sqrt{9+b^2}$.
- Das letzte Beispiel zeigt, dass der Funktionsaufruf auch weniger Argumente als die Funktionsdefinition enthalten darf. In diesem Fall werden die verbleibenden Variablen nicht ersetzt.

6.4 Hinweise zum Definieren

- Namen von deklarierten Konstanten dürfen auch im [Character](#)-Modus aus mehr als einem Buchstaben bestehen.
- Ist der [Insensitive](#)-Modus voreingestellt, so braucht man bei der Eingabe zwischen Groß- und Kleinschreibung nicht zu unterscheiden. Im Algebrafenster werden Variablenbezeichnungen automatisch immer in Kleinbuchstaben und Namen vordefinierter Derive - Standardfunktionen immer in Großbuchstaben ausgegeben. Namen von userdefinierten Funktionen werden im Algebrafenster in jener Schreibweise dargestellt, in der sie erstmalig definiert worden sind.
- Jede Definition hebt gleichzeitig eine frühere Definition unter demselben Namen automatisch auf (und zwar ohne Sicherheitsabfrage!).
- Die **Entf**-Taste löscht nur die Bildschirmzeilen. Variablenbelegungen und Funktionsdefinitionen bleiben weiterhin gültig, auch wenn sie nicht mehr am Bildschirm angezeigt werden. Vergisst man, dass man bestimmten Variablen bereits einen Wert zugewiesen hat, so kann das zu überraschenden, falschen Ergebnissen führen.
- Definitionen von Konstanten und Funktionen bleiben so lange aufrecht, bis man
 - das Programm beendet
 - oder mit **File>New** ein neues Algebrafenster eröffnet
 - oder unter demselben Namen eine neue Definition eingibt

- oder unter demselben Namen eine "leere" Definition eingibt (so hebt, zum Beispiel, die Eingabe von `a:=` die früher gemachte Zuweisung `a:=2` auf).

7. Vektoren und Matrizen - Listen und Tabellen

7.1 Vektoren

In Derive ist ein Vektor eine geordnete Liste von Elementen, wobei

- die einzelnen Elemente durch Beistriche voneinander getrennt sind
- und die Liste durch eckige Klammern begrenzt wird.

Man kann Vektoren

- direkt in der Authorzeile eintippen (**Beispiel:** Eintippen von `[5,-2,4]`)
- oder mit Hilfe des Menübefehls **Author>Vector** festlegen: Nach dem Aufruf von **Author>Vector** erscheint ein Dialogfeld, in dem zunächst die Dimension des Vektors und dann die Werte der einzelnen Elemente einzutippen sind.

Mit Vektoren kann man die üblichen Rechenoperationen ausführen, zum Beispiel:

<code>[3,2,4] + [1,2,3]</code> ergibt <code>[4,4,7]</code>	Vektoraddition
<code>4[3,2,4]</code> bzw. <code>4*[3,2,4]</code> ergibt <code>[12,8,16]</code>	Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl
<code>[3,2,4].[1,2,3]</code> ergibt 19	Skalares Produkt von Vektoren
<code>CROSS([3,2,4],[1,2,3])</code> ergibt <code>[-2,-5,4]</code>	Vektorielltes Produkt von Vektoren

7.2 Matrizen

Eine Matrix ist in Derive ein Vektor von Vektoren der gleichen Dimension. Jeder innere Vektor der Liste stellt eine Zeile der Matrix dar.

Man kann eine Matrix

- als einen Vektor von Vektoren in der Authorzeile eintippen
- oder mit Hilfe des Menübefehl **Author>Matrix** festlegen: Nach dem Aufruf von **Author>Matrix** erscheint ein Dialogfeld, in dem zunächst die Dimension der Matrix und dann die Werte der einzelnen Matrixelemente abgefragt werden.

Beispiel:

- Eintippen des Ausdrucks `[[5, -2, 4], [2, 3, 1]]` ergibt eine 2*3-Matrix,
- dieselbe Matrix kann in Kurzschreibweise auch in der Form `[5, -2, 4; 2, 3, 1]` eingegeben werden

Auch die üblichen Matrizenoperationen stehen zur Verfügung, zum Beispiel:

+ -	Matrizenaddition, Matrizenabstraktion
*	Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl
A.B	Produktmatrix von A und B
v.A	Produkt des Vektors v mit der Matrix A
A.v	Produkt der Matrix A mit dem Vektor v
A^n	Produkt A.A.A...A (n-mal) einer quadr. Matrix
A^-1	Inverse Matrix von A
DET(A)	Determinante der Matrix A
A'	Transponierte Matrix von A

7.3 Der VECTOR-Befehl

Viele Listen und Tabellen kann man bequem mit Hilfe der vordefinierten **VECTOR**-Funktion erzeugen. Die Syntax dieses Befehls lautet:

VECTOR(u,i,n)

liefert für $n \geq 1$ den Vektor $[u(1), u(2), \dots, u([n])]$. Im Term $u(i)$ werden für die Variable i der Reihe nach die Werte $1, 2, \dots, [n]$ eingesetzt, wobei $[n]$ die größte ganze Zahl $\leq n$ bezeichnet.

VECTOR(u,i,m,n)

liefert für $m \leq n$ den Vektor $[u(m), u(m+1), \dots, u(m+[n-m])]$. Hier werden für die Variable i die Werte $m, m+1, m+2, \dots$ eingesetzt, solange $i \leq n$ ist.

VECTOR(u,i,m,n,s)

liefert für $m \leq n$ und $s > 0$ (bzw. für $m \geq n$ und $s < 0$) den Vektor $[u(m), u(m+s), u(m+2s), \dots, u(m+s[(n-m)/s])]$. Hier werden für i die Werte von m bis n mit Schrittweite s eingesetzt.

Wertetabellen von Funktionen kann man bequem mit Hilfe der vordefinierten **TABLE**-Funktion erzeugen. **TABLE(u,i,n)** hat dieselbe Wirkung wie **VECTOR([i,u(i)],i,n)**.

Viele Tabellen kann man mit Hilfe zweier ineinander geschachtelter **VECTOR**-Befehle beschreiben.

Beispiele:

- *) Berechnen der ersten 20 Elemente der Zahlenfolge $\langle a_n \rangle$ mit $a_n = (2n+1)/(3n-1)$:

VECTOR((2n+1)/(3n-1), n, 20)

- *) Will man die Folge $\langle a_n \rangle$ auch graphisch darstellen, so sollte man mit Hilfe eines **VECTOR**-Befehls oder **TABLE**-Befehls eine Liste aus Punkten $[n, a_n]$ erzeugen:

VECTOR([n,(2n+1)/(3n-1)], n, 20) oder
TABLE((2n+1)/(3n-1), n, 20)

Die so definierte Punktliste kann durch Anklicken des Plot-Symbols in einem 2DGraphikfenster gezeichnet werden (siehe Abschnitt 8).

- *) Wertetabelle der Funktion $x \rightarrow x^2-1$ im Intervall $[-2,2]$ mit Schrittweite 0.5:
VECTOR([x,x^2-1], x, -2, 2, 0.5) oder
TABLE(x^2-1, x, -2, 2, 0.5)

Dieser Befehl erzeugt eine Tabelle mit 9 Zeilen und 2 Spalten. Die erste Spalte enthält die neun x-Werte -2, -1.5, -1, ..., 2, die zweite Spalte die zugehörigen Funktionswerte.

Durch Transponieren dieser Matrix mit dem ` Operator (Eingeben mit **Strg +t**) erhält man eine Tabelle, in der die x-Werte die erste Zeile bilden und die zugehörigen Funktionswerte jeweils darunter stehen:

VECTOR([x,x^2-1],x,-2,2,0.5)`

- *) Eckpunktskoordinaten eines regelmäßigen n-Ecks mit Umkreisradius r (Für n und r sind konkrete Werte zu wählen):

VECTOR([r cos(t),r sin(t)], t, 0, 2π, 2π/n)

- *) Tabelle mit den Quadrat- und Kubikzahlen der natürlichen Zahlen von 10 bis 20:

VECTOR([x,x^2,x^3], x, 10, 20) oder
VECTOR(VECTOR(x^i, i, 3), x, 10, 20)

- *) Tabelle mit dem kleinen Einmaleins:

VECTOR(VECTOR(i,j, j, 10), i, 10)

- *) Tabelle mit dem großen Einmaleins:

VECTOR(VECTOR(i,j, j, 10), i, 11, 20)

- *) pascalsches Dreieck:

VECTOR([n, VECTOR(COMB(n, k), k, 0, n)], n, 0, 10)

8. Weitere 2D-Graphikmöglichkeiten

8.1 Zeichnen von Punktlisten und Streckenzügen

Mit Derive ist es auch möglich, durch Koordinaten gegebene Punkte graphisch darzustellen bzw. die Punkte einer Liste fortlaufend durch einen Streckenzug zu verbinden. Markiert man, zum Beispiel, im Algebrafenster die Punktliste

[[1, 1], [3, 1], [3, 2], [1, 2], [1, 1]]

und aktiviert dann ein 2D-Graphikfenster, so werden nach Drücken der Funktionstaste F4 die Punkte der Liste im Koordinatensystem dargestellt..

Nach Anwählen des Graphikmenübefehls **Options>Display>Set Points** erscheint ein Dialogfeld mit den Auswahlmöglichkeiten **Connect: Yes / No** und **Size: Small / Medium / Large**.

Beim Menüpunkt **Connect:Yes/ No** kann man wählen, ob die Punkte der Liste als einzelne Punkte oder fortlaufend durch Strecken verbunden gezeichnet werden sollen. Der Menüpunkt **Size** ermöglicht es, die Größe der dargestellten Punkte festzulegen.

8.2 Zeichnen von Funktionenscharen

Wird im Algebrafenster ein Vektor aus drei oder mehr Funktionstermen in einer Variablen markiert, zum Beispiel $[0.5x, 0.5x+1, 0.5x+2, 0.5x+3]$, und in einem zugehörigen 2D-Graphikfenster der Plot-Befehl **F4** eingegeben, so wird die Schar der entsprechenden Funktionsgraphen gezeichnet. Alle Graphen werden im selben Maßstab und mit gleicher Lage des Koordinatenursprungs dargestellt.

8.3 Parameterdarstellung ebener Kurven

Eine Graphik in Parameterdarstellung erhält man, wenn man einen Vektor der Form $[f(t), g(t)]$, der aus zwei Funktionstermen in ein und derselben Variablen besteht, zum Zeichnen markiert. Bei einer Darstellung in kartesischen Koordinaten stellt der Wert der ersten Funktion die x-Koordinate und der Wert der zweiten Funktion die y-Koordinate dar.

Beispiel1:

- Um die in Parameterdarstellung $x(t) = t - \sin(t)$, $y(t) = 1 - \cos(t)$ gegebene Zyklode graphisch darzustellen, gibt man die Funktionsgleichung in der Schreibweise $[t - \text{SIN}(t), 1 - \text{COS}(t)]$ im Algebrafenster ein und aktiviert ein 2D-Graphikfenster .
- Nach Aufrufen des Plot-Befehls wird man nun aufgefordert, die Intervallgrenzen für den Parameter t einzugeben. (Mit der Tab -Taste kann man von Feld zu Feld springen).
- Daneben kann man wählen, ob eine durchgehende Kurve oder nur einzelne Punkte gezeichnet werden soll. Will man nur einzelne Punkte zeichnen lassen, so muss man auch die Anzahl der verschiedenen Werte eingeben, die der Parameter (mit jeweils gleichen Differenzen) annehmen soll.

Beispiel2:

Markiert man im Algebrafenster einen Ausdruck, der nur eine Variable enthält, zum Beispiel x^2-1 , so hat man keinen Einfluss auf den Definitionsbereich der Graphik. Will man die Funktion $y = x^2-1$ nur im Definitionsbereich $[0; 3]$ graphisch darstellen, so sollte man im Algebrafenster nicht x^2-1 , sondern den Ausdruck $[x, x^2-1]$ markieren. In diesem Fall wird man nach dem Aufrufen des Plotbefehls aufgefordert, die Grenzen für den x-Wert einzugeben. Daneben kann man

entscheiden, ob eine durchgehende Kurve oder nur einzelne Punkte des Graphen in diesem Intervall gezeichnet werden sollen.

Beispiel3:

- Will man eine Schar von Kurven zeichnen, die in Parameterdarstellung gegeben sind, so markiert man zunächst einen entsprechenden Vektor von Ausdruckspaaren, zum Beispiel:

$[[\text{COS}(t), \text{SIN}(2t)], [2.\text{COS}(t), 2.\text{SIN}(2t)], [3.\text{COS}(t), 3.\text{SIN}(2t)]]$

- Schaltet man auf ein 2D-Graphikfenster um und ruft dort den Plotbefehl auf, so wird man aufgefordert, die Intervallgrenzen für den Parameter t einzugeben. Anklicken der Option "**Apply parameters to rest of plotlist**" bewirkt, dass die eingegebenen Grenzen für alle Kurven der Schar gelten. (Andernfalls werden die Intervallgrenzen für jede der drei Kurven einzeln abgefragt.)

9. Kennenlernen der 3D-Graphik von Derive

9.1 Graphen von Funktionen von \mathbb{R}^2 nach \mathbb{R}

Den Graph einer Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kann man sich als Fläche im \mathbb{R}^3 vorstellen. Jedem Punkt (x/y) aus \mathbb{R}^2 wird der Funktionswert $z = f((x/y))$ als "Höhe" über dem Punkt (x/y) zugeordnet. Derive kann solche Funktionsgraphen in 3DGraphikfenstern darstellen.

Markiert man im Algebrafenster

- einen Ausdruck $\mathbf{u(x, y)}$, der zwei Variablen enthält (zum Beispiel x^2+y^2),
- oder eine Gleichung der Form $\mathbf{z = u(x, y)}$, wobei \mathbf{z} eine Variable und $\mathbf{u(x, y)}$ ein Ausdruck in genau zwei anderen Variablen ist (zum Beispiel $z = x^2+y^2$),
- oder eine Gleichung der Form $\mathbf{u(x, y, z) = c}$, wobei c eine reelle Konstante und $u(x, y, z)$ ein Ausdruck in drei Variablen x, y, z ist, der in z linear ist (zum Beispiel $x^2+y^2-z = 3$, in diesem Fall kann das Programm z explizit ausdrücken)

und aktiviert dann ein 3D-Graphikfenster, so wird nach Aufruf des Plotbefehls (dh. Anklicken des Plot-Symbols oder Drücken der Funktionstaste **F4** oder Anwählen des Menüpunkts **Insert > Plot**) der entsprechende Funktionsgraph als Fläche im Raum dargestellt.

Markiert man eine Liste von Ausdrücken der obigen Form, so wird die Schar der entsprechenden Funktionsgraphen gezeichnet. (Dabei ist allerdings zu beachten, dass eine dreielementige Liste der Form $[u_1(x,y), u_2(x,y), u_3(x,y)]$ als Parameterdarstellung einer Fläche im \mathbb{R}^3 und nicht als Funktionenschar aufgefasst wird (siehe Abschnitt [9.3 Parameterdarstellungen im \$\mathbb{R}^3\$](#))).

Grundsätzlich zu beachten ist, dass die in den Funktionstermen verwendeten Variablenbezeichnungen den kartesischen Koordinaten x, y, z in alphabetischer Reihenfolge zugeordnet werden. So wird, zum Beispiel, dem Funktionsterm $r^2\pi h$ der Graph der Funktion $(x, y) \rightarrow y^2\pi x$ zugeordnet ($h \rightarrow x$ und $r \rightarrow y$).

Beispiele:

- Markiert man $x+2y+3z = 6$, so wird die zugehörige Ebene gezeichnet. Markiert man die Liste $[x + y + z = 0, x + y - z = 0, x + y + 2z = 0]$, so werden die drei beschriebenen Ebenen im selben Koordinatensystem gezeichnet.
- Interessante Beispiele für Funktionen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ findet man im File **PLOT3D.MTH**, das mit Hilfe von **File > Load Math File** geladen werden kann (siehe dazu Abschnitt [11.1 Speichern und Laden von Inhalten des Algebrafensters](#)).

9.2 Die 3D-Graphik-Menübefehle

Analog zur 2D-Graphik gibt es auch hier vielfältige Möglichkeiten, die graphische Darstellung zu verändern.

9.2.1 Stauchen und Strecken der Graphik

Wie bei der 2D-Graphik kann man auch hier mit Hilfe der Funktionstasten **F9** und **F10** bzw. mit Hilfe der Menübefehle **Set > Plot Region** und **Set > Plot Range** den dargestellten Bereich der Koordinateachsen und mit **Set > Aspect Ratio** das Verhältnis der Achsenmaßstäbe verändern. (siehe [2.2.1 Stauchen und Strecken des Bildschirmausschnitts](#); [2.2.5 Direkte Eingabe der Bildschirmränder](#))

Außerdem kann die dargestellte Graphik mit Hilfe der **Bild↑**- und der **Bild↓**-Taste (oder durch Anklicken des **Magnify Plots**-Symbols und des **Shrink Plots**-Symbols) vergrößert und verkleinert werden: Der dargestellte Ausschnitt des Koordinatensystems bleibt in diesem Fall unverändert, aber der Augpunkt wird näher zum Koordinatenursprung hin bzw. weiter davon weg bewegt.

9.2.2 Änderung der Zahl der Gitterlinien und der Zeichenfarbe

Nach Anwählen des Menüpunktes **Edit > Plot** oder **Insert > Plot** (bzw. Funktionstaste **F4**) erscheint das Dialogfeld **Plot Parameters**, in dem unter **Number of Panels** die Zahl der Gitterlinien in x-Richtung bzw. in y-Richtung festgelegt werden kann.

Anklicken des **Weiter**-Feldes öffnet das Dialogfeld **Plot Colors**, in dem die Zeichenfarbe gewählt werden kann. Zur Auswahl stehen die Farbschemen **Rainbow**, **Wire Grid**, **Gray Scale**, **Red&Blue Checker**, **Heat Wave**, **Auto Plot Color** und **Custom**. Durch Anklicken des **Fertig Stellen** - Feldes wird die Eingabe bestätigt.

Ist der Menübefehl **Options > Change Plot Colors** aktiviert, so ändert Derive beim Zeichnen mehrerer Graphen automatisch die Zeichenfarbe.

9.2.3 Löschen von Graphiken

Durch Drücken der **Entf**-Taste (oder Anklicken des Delete-Symbols in der Symbolleiste oder Anwählen des Menübefehls **E**dit > **D**elete Plot) kann man eine zuvor durch Anklicken mit der Maus markierte Graphik löschen.

Edit > **D**elete all Plots (oder **Strg** + **d**) löscht alle im aktuellen Fenster vorhandenen Graphiken.

9.2.4 Untersuchen von Graphen mit dem Spurmodus

Mit Hilfe der Funktionstaste **F3** (oder des Menübefehls **O**ptions > **T**race Plots) kann auch bei der 3D-Graphik der Spurmodus ein- und ausgeschaltet werden. In diesem Modus ist jeweils eine Gitterlinie in x-Richtung und eine Gitterlinie in y-Richtung farblich gekennzeichnet. Die Koordinaten des Schnittpunktes dieser Gitterlinien können in der Statuszeile abgelesen werden.

Durch Drücken der Tastenkombination **Shift** + **←** bzw. **Shift** + **→** wird die nächste Gitterlinie in x-Richtung markiert, durch **Shift** + **↑** bzw. **Shift** + **↓** die nächste Gitterlinie in y-Richtung. Auch durch Anklicken einer Gitterlinie mit der linken Maustaste kann man diese markieren.

9.2.5 Rotieren von Graphiken

Drücken der Cursortasten **↑**, **↓**, **←**, **→** (bzw. Anklicken der entsprechenden Symbole in der Symbolleiste) bewirkt, dass die Graphik um 5° nach oben, unten, links bzw. rechts gedreht wird. (Im Dialogfeld **R**otation des Menüpunktes **O**ptions > **D**isplay kann man die Größe dieses Rotationsschrittes verändern)

Außerdem kann man durch Anwählen des Menübefehls **O**ptions > **R**otate Plots (oder Anklicken des Rotate Plots-Symbols oder Drücken der Tastenkombination **Strg** + **t**) die Graphik in Rotation um die z-Achse versetzen. Drücken der Cursortasten **←** bzw. **→** während der Rotation ändert den Drehsinn. Drücken der **Esc**-Taste (oder ein Klick mit der linken Maustaste) beendet die Rotation.

9.2.6 Automatische Skalierung der z-Achse

Hilfreich beim Zeichnen von Graphen ist die Möglichkeit, durch Anklicken des Menüpunktes **O**ptions > **A**utoscale New Plots die automatische Skalierung der z-Achse einzuschalten.

9.2.7 Darstellung der Koordinatenachsen, der Box etc.

Mit dem Menübefehl **Options > Display** (auch mit der Funktionstaste **F11** oder durch Doppelklick mit der linken Maustaste anwählbar) kann die Darstellung der Koordinatenachsen (**Axes**), der Box (**Box**) und der Legende (**Legend**), das ist das kleine Koordinatendreieck in der linken oberen Bildschirmecke) verändert werden: Man kann jeweils die Zeichenfarbe und die Beschriftung festlegen, und außerdem entscheiden, ob die Achsen, die Box bzw. die Legende gezeichnet werden oder nicht.

Im Untermenüpunkt **Options > Display > Background** kann die Hintergrundfarbe gewählt werden; der Punkt **Options > Display > Rotation** ermöglicht es, die Rotationsgeschwindigkeit zu verändern.

9.2.8 Beschriften von Graphiken

Anwählen des Menübefehls **Insert > Annotation** bzw. Drücken der Funktionstaste **F12** ermöglicht es, ein Textfeld einzufügen. Im Dialogfeld ist der gewünschte Text einzutippen; außerdem können Schriftart, Schriftgröße und Farbe gewählt werden. Durch Anklicken des eingefügten Textfeldes mit der linken Maustaste und Ziehen der Maus mit gedrückter linker Maustaste kann die Position des Textfeldes verändert werden.

Um den Inhalt oder das Layout eines eingefügten Textfeldes zu verändern, klickt man dieses mit der Maus an und wählt den Menüpunkt **Edit > Annotation**.

Mit **Edit > Delete Annotation** kann man ein einzelnes zuvor mit der Maus markiertes Textfeld, mit **Edit > Delete All Annotations** alle vorhandenen Textfelder löschen.

9.2.9 Einbetten von Graphiken ins Algebrafenster

Der Menübefehl **File > Embed** bettet ein Bild des Graphikfensters im zugehörigen Algebrafenster ein.

Durch Anklicken und Ziehen des Randes mit der Maus kann man die Größe dieses eingebetteten Bildes verändern.

Ein Doppelklick auf das eingebettete Bild aktiviert das zugehörige Graphikfenster und ermöglicht es, dort Änderungen vorzunehmen (zum Beispiel das Achsenverhältnis mit **Set > Aspect Ratio** zu korrigieren). Anschließend können die Änderungen mit dem Graphikmenübefehl **File > Update** ins eingebettete Bild übernommen werden.

9.3 Parameterdarstellungen im \mathbb{R}^3

Neben Graphen von Funktionen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kann man auch Kurven und Flächen im \mathbb{R}^3 , die in Parameterdarstellung gegeben sind, graphisch darstellen.

Eine Liste der Form $[\mathbf{u}_1(s,t), \mathbf{u}_2(s,t), \mathbf{u}_3(s,t)]$, die aus drei Funktionstermen in denselben zwei Variablen s und t besteht, beschreibt eine Fläche im dreidimensionalen Raum, eine Liste der Form $[\mathbf{u}_1(t), \mathbf{u}_2(t), \mathbf{u}_3(t)]$ eine Raumkurve.

In diesem Fall kann man nach Aufruf von **Edit>Plot** bzw. **Insert>Plot** bzw **F4** nicht nur die Zahl der Gitterlinien wählen, sondern auch Schranken für die beiden Parameter s und t angeben.

9.3.1 Geraden und Ebenen in Parameterdarstellung

Im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II werden Parameterdarstellungen von Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3 behandelt. Nun ist es möglich, durch Parametergleichungen festgelegten Geraden oder Ebenen mit Hilfe von Derive zu visualisieren.

9.3.2 Einbetten ebener Kurven in ein dreidimensionales Koordinatensystem

Der Parameterausdruck $[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t)]$ mit $0 \leq t \leq 2\pi$ beschreibt einen Kreis mit Mittelpunkt $(0/0)$ und Radius r in der zweidimensionalen x - y -Ebene. Ergänzt man als dritte Koordinate einen konstanten Wert, so wird der Kreis parallel zu einer Koordinatenebene in den \mathbb{R}^3 eingebettet:

$[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t), \mathbf{0}]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$	Kreis in der x - y -Ebene im \mathbb{R}^3
$[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{0}, \mathbf{r} \sin(t)]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$	Kreis in der x - z -Ebene im \mathbb{R}^3
$[\mathbf{0}, \mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t)]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$	Kreis in der y - z -Ebene im \mathbb{R}^3
$[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t), \mathbf{3}]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$	Kreis parallel zur x - y -Ebene im \mathbb{R}^3 im Abstand 3.

Setzt man für r einen konkreten Zahlenwert ein, so wird die entsprechende Kreislinie gezeichnet. Belässt man die Variable r als zweiten Parameter, so wird eine gefärbte Kreisfläche, Kreis-sektorfläche bzw. Kreisringfläche dargestellt.

Beispiel:

$[2 \cos(t), 2 \sin(t), \mathbf{0}]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$	Kreislinie in der x - y -Ebene
$[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t), \mathbf{0}]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 2$	Kreisfläche in der x - y -Ebene
$[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t), \mathbf{0}]$, wobei $0 \leq t \leq \pi/2, 0 \leq r \leq 2$	Viertelkreisfläche in der x - y -Ebene
$[\mathbf{r} \cos(t), \mathbf{r} \sin(t), \mathbf{0}]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi, 1 \leq r \leq 2$	Kreisringfläche in der x - y -Ebene

Durch Variieren der Belegung der z-Koordinate kann man weitere interessante Gebilde beschreiben:

Beispiel:

$[2 \cos(t), 2 \sin(t), t]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$	Spiralförmige Kurve im \mathbb{R}^3
$[r \cos(t), r \sin(t), t]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 2$	Fläche im \mathbb{R}^3
$[2 \cos(t), 2 \sin(t), s]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi, 0 \leq s \leq 4$	Drehzylinder mit Radius 2 und Höhe 4

Genauso kann man jede andere durch Parameterdarstellung gegebene ebene Kurve in den \mathbb{R}^3 einbetten.

9.3.3 Rotation des Graphen einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ um die x- bzw. um die y-Achse

Der Parameterausdruck $[x, f(x), 0]$ bettet den Graphen der Funktion f in die x-y-Ebene des \mathbb{R}^3 ein. Bei der Rotation um die x-Achse beschreibt jeder Punkt $[x_0, f(x_0), 0]$ des Graphen einen Kreis mit Mittelpunkt $[x_0, 0, 0]$ und Radius $f(x_0)$, der parallel zur y-z-Ebene liegt. Der Rotationskörper im Bereich $a \leq x \leq b$ kann daher parametrisch beschrieben werden als

$$[x, f(x) \cos(t), f(x) \sin(t)], \text{ wobei } 0 \leq t \leq 2\pi \text{ und } a \leq x \leq b.$$

Analog dazu beschreibt die Liste

$$[x \cos(t), f(x), x \sin(t)], \text{ wobei } 0 \leq t \leq 2\pi \text{ und } a \leq x \leq b$$

den Drehkörper, der bei Rotation des Graphen von f im Intervall $a \leq x \leq b$ um die y-Achse entsteht.

9.3.4 Rotation einer ebenen Kurve um eine Koordinatenachse

Analog zu 9.3.3 kann jede in Parameterdarstellung $[x(t), y(t)]$ gegebene ebene Kurve parallel zu einer Koordinatenebene in den \mathbb{R}^3 eingebettet und um eine Koordinatenachse gedreht werden.

$[x(t), y(t) \cos(s), y(t) \sin(s)]$ Drehkörper, der durch Rotation der in der x-y-Ebene eingebetteten Kurve um die x-Achse entsteht

$[x(t) \cos(s), y(t), x(t) \sin(s)]$ Drehkörper, der durch Rotation der in der x-y-Ebene eingebetteten Kurve um die y-Achse entsteht

Beispiele:

- Durch Einbettung der Ellipse $[a \cos(t), b \sin(t)]$ in die x-y-Ebene des \mathbb{R}^3 und Rotation um die x- bzw. um die y-Achse erhält man die beiden Rotationsellipsoide:

$$[a \cos(t), b \sin(t) \cos(s), b \sin(t) \sin(s)] \text{ und}$$

$[a \cos(t) \cos(s), b \sin(t), a \cos(t) \sin(s)]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$, $0 \leq s \leq 2\pi$.
 (Für a und b sind jeweils konkrete Zahlen zu wählen)

- Versuchen Sie, die obige Ellipse in die x-z-Ebene einzubetten und um die x- bzw. um die z-Achse zu drehen.
- Durch $[3 + \cos(t), \sin(t)]$ wird ein Kreis im \mathbb{R}^2 mit Mittelpunkt (3/0) und Radius 1 beschrieben. Einbetten dieses Kreises in die x-y-Ebene und Rotation um die y-Achse erzeugt einen Torus:
 $[(3 + \cos(t))\cos(s), \sin(t), (3 + \cos(t))\sin(s)]$, wobei $0 \leq t \leq 2\pi$, $0 \leq s \leq 2\pi$
 Durch Erhöhen der Zahl der Gitterlinien kann man die Qualität der Darstellung verbessern. Durch Variieren der Parameterbelegungen, zum Beispiel $0 \leq t \leq 2\pi \wedge 0 \leq s \leq \pi$ bzw. $0 \leq t \leq \pi \wedge 0 \leq s \leq 2\pi$, kann man verschiedene Teile des Torus darstellen.

9.4 Darstellung von Punktlisten im 3D-Graphikfenster

Auch einzelne Punkte und Streckenzüge können im dreidimensionalen Koordinatensystem dargestellt werden:

$[x_0, y_0, z_0]$	Zeichnet den Punkt $[x_0, y_0, z_0]$
$[[x_0, y_0, z_0], [x_1, y_1, z_1], \dots, [x_n, y_n, z_n]]$	Zeichnet den Streckenzug, der die Punkte fortlaufend verbindet
$[[x_0, y_0, z_0]], [[x_1, y_1, z_1]], \dots, [[x_n, y_n, z_n]]]$	Zeichnet die einzelnen Punkte
$[[[x_{11}, y_{11}, z_{11}], [x_{12}, y_{12}, z_{12}], \dots, [x_{1n}, y_{1n}, z_{1n}]], [[x_{21}, y_{21}, z_{21}], [x_{22}, y_{22}, z_{22}], \dots, [x_{2n}, y_{2n}, z_{2n}]], \dots, [[x_{m1}, y_{m1}, z_{m1}], [x_{m2}, y_{m2}, z_{m2}], \dots, [x_{mn}, y_{mn}, z_{mn}]]]$	

Eine Liste aus m gleich langen Punktlisten erzeugt die Fläche, die von diesen m Streckenzügen aufgespannt wird.

Beispiele:

Definieren Sie, zum Beispiel, $a := [0, 0, 0]$, $b := [4, 0, 0]$, $c := [4, 3, 0]$, $d := [0, 3, 0]$, $e := [0, 0, 5]$, $f := [4, 0, 5]$, $g := [4, 3, 5]$, $h := [0, 3, 5]$ als Eckpunkte eines Quaders, sowie $s := [2, 1.5, 5]$ und $t := [2, 1.5, -5]$.

Dann beschreibt:

$[a, b, c, d, a]$	die Umfangslinie des Rechtecks ABCD
$[[a], [b], [c], [d], [a]]$ bzw. $[a; b; c; d; a]$	die einzelnen Punkte A, B, C, D
$[[a, b], [d, c]]$ bzw. $[a, b; d, c]$	die Fläche des Rechtecks ABCD (Auf die Reihenfolge der Punkte achten! Versu-

	chen Sie vergleichsweise auch [a, b; c, d])
[[a, b], [a, c]] bzw. [a, b; a, c]	die Fläche des Dreiecks ABC
[[a, b, c, d, a], [e, f, g, h, e]] bzw. [a, b, c, d, a; e, f, g, h, e]	die Mantelfläche des Quaders ABCDEFGH
[[a, b, c, d, a], [s, s, s, s, s]] bzw. [a, b, c, d, a; s, s, s, s, s]	die Mantelfläche der Pyramide mit Basis ABCD und Spitze S.
[[s, s, s, s, s], [a, b, c, d, a], [t, t, t, t, t]] bzw [s, s, s, s, s; a, b, c, d, a; t, t, t, t, t]	die Oberfläche der Doppelpyramide mit den Eck- punkten A, B, C, D, S, T

10. Übersicht über die Programmierbefehle von Derive

Derive hat nicht nur hervorragende numerische, algebraische und graphische Fähigkeiten, sondern stellt darüber hinaus auch gute Programmiermöglichkeiten zur Verfügung. Einige wenige rasch erlernbare Begriffe reichen aus, um die im Rahmen des Mathematikunterrichts benötigten Algorithmen beschreiben zu können.

In diesem Abschnitt werden die in Derive vordefinierten Programmierbefehle vorgestellt. Diese Übersicht soll es ermöglichen, die genaue Syntax der einzelnen Begriffe bei Bedarf rasch nachzuschlagen.

10.1 Wertzuweisung mit :=

In jeder Programmiersprache gibt es die Möglichkeit, Variablen einen Wert zuzuweisen bzw. Funktionen durch einen definierenden Term festzulegen. Das entsprechende Symbol in Derive ist :=, dessen Einsatzmöglichkeiten bereits in Abschnitt [6. Definieren von Konstanten und Funktionen](#) vorgestellt worden sind.

10.2 Zusammenfassen von Aktionen durch Listenklammern

Derive akzeptiert als Eingabe in der Authorzeile nur entweder einen mathematischen Ausdruck oder einen in Anführungszeichen geschriebenen Text. Will man mehrere Ausdrücke in einer einzigen Zeile eingeben, so muss man diese Ausdrücke zu einer Liste zusammenfassen: Die Liste ist durch zwei eckige Klammern zu begrenzen, die einzelnen Ausdrücke sind durch Beistriche zu trennen.

10.3 Auswahl von Aktionen mit dem IF-Befehl

Ein wesentliches Element jeder Programmiersprache ist die Möglichkeit, Entscheidungen zwischen zwei verschiedenen Aktionen zu treffen. In Derive gibt es dazu den IF-Befehl, der in allgemeinsten Form folgendermaßen definiert ist:

IF(Bedingung, dann, sonst, sonstig)

"Bedingung" ist dabei eine Relation (oder wird andernfalls wie die Relation "Bedingung = 0" behandelt), "dann", "sonst" und "sonstig" sind Ausdrücke.

Wird der IF-Ausdruck vereinfacht, so versucht Derive festzustellen, ob die Relation "Bedingung" wahr oder falsch ist. Im ersten Fall wird der vereinfachte Wert von "dann" ausgegeben, im zweiten Fall der vereinfachte Wert von "sonst". Kann die Gültigkeit von "Bedingung" nicht festgestellt werden, so wird der vereinfachte Wert von "sonstig" ausgegeben.

Daneben stehen auch die folgenden Varianten des IF-Befehls zur Verfügung:

IF(Bedingung, dann, sonst)

Kann nicht entschieden werden, ob die Relation "Bedingung" wahr oder falsch ist, so wird in diesem Fall nochmals der gesamte IF-Ausdruck ausgegeben.

IF(Bedingung, dann)

Ist "Bedingung" wahr, so wird der vereinfachte Wert des Ausdrucks "dann" ausgegeben, andernfalls ein Fragezeichen.

IF(Bedingung)

Ist "Bedingung" wahr, so wird 1 ausgegeben, andernfalls 0.

Beispiele:

*) **FAK(n)** liefert die Zahl n Faktorielle: $\text{FAK}(n) := \text{IF}(n=0, 1, n \cdot \text{FAK}(n-1))$

*) **QS(n)** liefert die Quersumme der Zahl n:
 $\text{QS}(n) := \text{IF}(n < 10, n, \text{MOD}(n, 10) + \text{QS}(\text{FLOOR}(n, 10)))$

*) **BINÄR(n)** wandelt eine dekadische natürliche Zahl n in Binärdarstellung um:
 $\text{BINÄR}(n) := \text{IF}(n=0, 0, \text{MOD}(n, 2) + 10 \cdot \text{BINÄR}(\text{FLOOR}(n, 2)))$

*) **GGT(a,b)** liefert den größten gemeinsamen Teiler von a und b:
 $\text{GGT}(a,b) := \text{IF}(b=0, a, \text{GGT}(b, \text{MOD}(a,b)))$

*) **UMKEHR(n)** kehrt die Ziffernfolge einer natürlichen Zahl n um:
 $\text{UMKEHR}(n) := \text{IF}(n < 10, n, \text{UMKEHR}(\text{FLOOR}(n, 10) + \text{MOD}(n, 10)) \cdot 10^{\text{FLOOR}(\text{LOG}(n, 10))})$

10.4 Listen mit dem VECTOR- bzw. dem SELECT-Befehl

Der bereits in Abschnitt [7.3 Der VECTOR-Befehl](#) vorgestellte VECTOR-Befehl kann in gewissem Sinn mit den FOR-Schleifen der Programmiersprachen BASIC oder PASCAL verglichen werden. Aus Gründen der Vollständigkeit sei die Syntax nochmals angegeben:

VECTOR(u,i,n)

liefert für $n \geq 1$ den Vektor $[u(1), u(2), \dots, u(n)]$. Im Term $u(i)$ werden der Reihe nach die Werte $1, 2, \dots, n$ eingesetzt. Ist n nicht ganzzahlig, so wird die größte ganze Zahl kleiner gleich n als letztes Argument genommen. Für $n < 1$ wird die leere Liste $[]$ ausgegeben.

VECTOR(u,i,m,n)

liefert für $m \leq n$ den Vektor $[u(m), u(m+1), \dots, u(m+[n-m])]$, wobei $[n-m]$ die größte ganze Zahl $\leq n-m$ bedeutet. Für $m > n$ wird die leere Liste $[]$ erzeugt.

VECTOR(u,i,m,n,s)

liefert für $m \leq n$ und $s > 0$ (bzw. für $m \geq n$ und $s < 0$) den Vektor $[u(m), u(m+s), u(m+2s), \dots, u(m+s \cdot [(n-m)/s])]$. Hier werden für i die Werte von m bis n mit Schrittweite s eingesetzt.

VECTOR(u,i,v)

Ist das dritte Argument ein Vektor v , so werden für i die einzelnen Elemente von v eingesetzt.

In der Derive-Version 3 ist ein neuer, dem VECTOR-Befehl verwandter Programmierbefehl dazugekommen. Dieser SELECT-Befehl ermöglicht es, Elemente eines Vektors bzw. Elemente einer vorgegebenen Folge zu finden, die ein bestimmtes Auswahlkriterium erfüllen:

SELECT(u,i,m,n)

liefert einen Vektor jener Elemente i , für die die Relation $u(i)$ wahr ist. Dabei durchläuft i die Werte von m bis maximal n mit Schrittweite 1.

SELECT(u,i,m,n,s)

Wie beim VECTOR-Befehl kann man auch hier als 5. Argument eine Schrittweite s angeben, mit der die Werte von m bis n durchlaufen werden.

SELECT(u,i,v)

liefert einen Vektor jener Elemente i des Vektors v , für die die Relation $u(i)$ wahr ist.

Beispiele:

*) **PRIM(n)** liefert alle Primzahlen kleiner gleich n :

PRIM(n) := SELECT(PRIME(i),i,n)

*) **GOLD(n)** liefert alle Goldbachdarstellungen der geraden Zahl n (dh. Darstellungen von n als Summe von zwei Primzahlen):

GOLD(n) := VECTOR([x, n-x], x, SELECT(PRIME(x) AND PRIME(n-x), x, 3, n/2))

*) **ZWILL(a,b)** liefert alle Primzahlzwillinge im Intervall [a; b]:

ZWILL(a,b) := VECTOR([x, x+2], x, SELECT(PRIME(x) AND PRIME(x+2), x, 6.FLOOR(a, 6) + 5, b, 6))

10.5 Iterationen mit dem ITERATE-Befehl

In Derive stehen zwei vordefinierte allgemeine Iterationsbefehle zur Verfügung:

ITERATES(f,x,a,n)

liefert für die Funktion $x \rightarrow f(x)$ eine Liste der ersten n+1 Glieder der Iterationsfolge a, f(a), f(f(a)), f(f(f(a))),... mit dem Startwert a.

ITERATE(f,x,a,n)

liefert nur das (n+1)-te Glied der obigen Folge.

Hinweise:

- Bei den Funktionen **ITERATES** und **ITERATE** darf das zweite Argument x auch ein Vektor von Variablen sein. In diesem Fall ist als drittes Argument ein Vektor von Startwerten für diese Variablen einzugeben.

- Lässt man im **ITERATES**- bzw. **ITERATE**-Befehl das vierte Argument n weg, so wird die Iteration so oft durchgeführt, bis ein Element der Iterationsfolge gleich einem der vorherigen ist.

- Ist das vierte Argument n im **ITERATES**- bzw. **ITERATE**-Befehl eine negative ganze Zahl, so wird die Iteration n-mal auf die inverse Funktion von f angewendet, dh. man erhält die Folge a, f*(a), f*(f*(a)),...

Beispiele:

*) **PRIMERST(n)** liefert die ersten n Primzahlen:

PRIMERST(n) := ITERATES(NEXT_PRIME(i), i, 2, n-1)

*) **ARITHS(a0,d,n)** liefert die ersten n Glieder der arithmetischen Folge mit Startwert a0 und Differenz d: **ARITHS(a0,d,n) := ITERATES(i+d, i, a0, n)**

*) **FAKIT(n)** liefert die Zahl n Faktorielle:

FAKIT(n) := (ITERATE([i+1, (i+1).j], [i,j], [0,1], n))₂

10.6 Summen und Produkte

Zum Addieren bzw. Multiplizieren einer Folge von Ausdrücken gibt es die vordefinierte **SUM**-Funktion und die analoge **PRODUCT**-Funktion. Diese können folgendermaßen verwendet werden:

SUM(u,i,m,n)

liefert für $m \leq n$ die Summe $u(m)+u(m+1)+\dots+u(m+[n-m])$, wobei wieder $[n-m]$ die größte ganze Zahl $\leq n-m$ bezeichnet. Analog zum **VECTOR**-Befehl kann man auch hier als fünftes Argument eine Schrittweite s angeben, mit der die Werte von m bis n durchlaufen werden.

SUM(u,i,v)

Ist das dritte Argument ein Vektor v , so durchläuft die Summationsvariable i der Reihe nach die Elemente dieses Vektors.

SUM(v)

liefert die Summe der Elemente des Vektors v .

10.7 Befehle zum Operieren mit Listen

Sehr hilfreich beim Formulieren von Algorithmen sind die folgenden vordefinierten Listenoperationen:

DIMENSION(v)

liefert die Anzahl der Elemente des Vektors v .

ELEMENT(v,i) bzw. **v SUB i**

liefert das i -te Element des Vektors v . Der Operator **SUB** kann auch bequem durch Drücken der Tastenkombination **Strg + b** eingegeben werden.

APPEND(v1, v2, ..., vn)

liefert einen Vektor, der der Reihe nach aus den Elementen der Vektoren v_1 bis v_n besteht. Ist v eine Matrix, so liefert **APPEND(v)** einen Vektor, der aus den einzelnen Matrixelementen von v besteht.

DELETE(v,i)

liefert eine Kopie des Vektors v ohne das i -te Element.

INSERT(u,v,i)

liefert eine Kopie des Vektors v , in der der Ausdruck u vor dem i -ten Element eingefügt worden ist.

REPLACE(u,v,i)

liefert eine Kopie des Vektors v , in der das i -te Element durch den Ausdruck u ersetzt worden ist.

REVERSE(v)

liefert eine Kopie des Vektors v , bei der die Elemente in umgekehrter Reihenfolge angeordnet sind.

Derive stellt darüber hinaus noch eine Vielzahl an nützlichen vordefinierten Funktionen zur Verfügung. Über den Menüpunkt **Help>Contents** kann man eine Übersicht aller dieser Funktionen auf dem Bildschirm aufrufen.

11. Laden - Speichern - Drucken

11.1 Speichern und Laden von Inhalten des Algebrafensters

Mathematische Ausdrücke, die beim Arbeiten mit Derive entstanden sind, und sogar ganze Arbeitsblätter mit eingebetteten Texten und Graphiken, kann man mit Hilfe des Menübefehls **File>SaveAs** abspeichern und später in Derive öffnen und weiterbearbeiten.

Nach dem Aufruf von **File>SaveAs** erscheint ein Dialog, der die Auswahl des Ziel-Ordners und die Eingabe des Namens der zu speichernden Datei ermöglicht. Außerdem kann man wählen, ob ein Math-File oder ein DfW-File angelegt werden soll.

11.1.1 DfW-Files (*.dfw)

Entscheidet man sich für den Dateityp DfW-File, so wird der gesamte Inhalt des aktiven Arbeitsblattes (mit allen Textfeldern, eingebetteten Graphiken und OLE-Objekten) und auch die aktuelle Einstellung der einzelnen Statusvariablen gespeichert. Aktuelle vom Benutzer eingegebene Konstanten- und Funktionsdefinitionen bleiben beim Speichern ebenfalls erhalten (auch dann wenn die zugehörige Definitionszeile im Arbeitsblatt bereits mit Entf gelöscht worden ist).

Mit Hilfe des Menübefehls **File>Open** kann ein abgespeichertes DfW-File in ein Algebrafenster geladen werden.

11.1.2 Math-Files (*.mth)

In einem Math-File werden nur mathematische Ausdrücke und/oder Einstellungen der Statusvariablen des aktuellen Arbeitsblattes abgespeichert, Textfelder und Graphiken können nicht

mitgespeichert werden. Aktuelle vom Benutzer eingegebene Konstanten- und Funktionsdefinitionen, deren Definitionszeile bereits gelöscht ist, gehen beim Speichern ebenfalls verloren. Klickt man im SaveAs-Dialog den Dateityp Math-File an, so kann man wählen, ob nur die Belegung der Statusvariablen, nur die mathematischen Ausdrücke oder beides gespeichert werden soll. Außerdem kann man wahlweise alle oder nur die aktuell markierten Bildschirmzeilen speichern.

Zum Laden von Math-Files stehen die Menübefehle **File>Open** und **File>Load** zur Verfügung. In beiden Fällen erscheint nach Anwählen des Menüpunktes ein Dialog, der die Auswahl des Ordners und des gewünschten Dateinamens ermöglicht

File>Open öffnet ein neues Algebrafenster und lädt die Dateiinhalte in dieses neue Fenster.

File>Load fügt den Dateiinhalt den Inhalten des aktuellen Algebrafensters hinzu. Dabei stehen vier Möglichkeiten zur Auswahl:

File>Load>Math File	Die mathematischen Ausdrücke bzw. Statusvariablenbelegungen einer mth-Datei werden geladen und im aktuellen Algebrafenster als weitere Bildschirmzeilen hinzugefügt.
File>Load>Data File	Ein Datenfile (*.dat) wird ins aktuelle Algebrafenster geladen und dort als Matrix dargestellt.
File>Load>Demo File	Ein Demonstrationsfile, das Einsatzmöglichkeiten von Derive erläutert, wird (durch wiederholtes Drücken der Enter-Taste) Zeile für Zeile ins aktuelle Algebrafenster geladen. Demo-Files haben die Extension .dmo.
File>Load>Utility File	Die mathematischen Ausdrücke bzw. Statusvariablenbelegungen einer mth-Datei werden geladen, aber nicht am Bildschirm angezeigt (d.h. die in der Datei enthaltenen Definitionen und Belegungen stehen zur Verfügung, obwohl sie nicht am Bildschirm aufscheinen).

11.2 Arbeiten mit der Windows-Zwischenablage

Wie bei jedem anderen Windowsprogramm können auch bei Derive markierte Bildschirmbereiche in die Zwischenablage übertragen bzw. Inhalte der Zwischenablage in ein aktives Algebrafenster eingefügt werden. Dabei stehen folgende Möglichkeiten zur Auswahl:

Im Algebrafenster:

Edit>Cut	Schneidet den markierten Bereich aus und überträgt ihn in die Zwischenablage
Edit>Copy	Kopiert den markierten Bereich in die Zwischenablage
Edit>Paste	Fügt den Inhalt der Zwischenablage an der aktuellen Cursorposition ins Algebrafenster ein
Edit>Mark and Copy	Markiert einen rechteckigen Bildschirmausschnitt und kopiert

ihn in die Zwischenablage. (Nach dem Anwählen von **E-dit>Mark and Copy** klickt man mit der linken Maustaste die gewünschte linke obere Ecke des zu markierenden Rechtecks an und bewegt die Maus bei gedrückter linker Maustaste zur gewünschten rechten unteren Ecke. Loslassen der linken Maustaste bewirkt, dass der Inhalt des aktuell markierten Rechtecks in die Zwischenablage kopiert wird.)

Im Graphikfenster:

E-dit>C-copy Plot Window Kopiert ein Bild des gesamten Graphikfensters in die Zwischenablage
E-dit>M-mark und Copy Wie im Algebrafenster

Außerdem besteht in allen Fenstern die Möglichkeit, durch Drücken der **PrtSc** Taste, den kompletten Bildschirminhalt (mit allen aktuell sichtbaren Titel- und Menüleisten) bzw. durch Drücken der Tastenkombination **Alt + PrtSc** ein Bild des aktuell geöffneten Fensters (samt Titel- und Menüleiste) in die Zwischenablage zu übertragen.

11.3 Drucken von Inhalten des Algebrafensters

Anklicken des Drucker-Symbols in der Befehlsymbolleiste bewirkt, dass der gesamte Inhalt des Arbeitsblattes ausgedruckt wird.

Will man nur Teile des Arbeitsblattes drucken, so sollte man statt des Drucker-Symbols den Menüpunkt **F-ile>P-rint** anwählen. In diesem Fall erscheint vor der Ausführung des Druckbefehls ein Dialogfeld, das es ermöglicht,

- Optionen des verwendeten Druckers,
- den Druckbereich (das gesamte Arbeitsblatt / nur bestimmte Seiten / nur die aktuell markierten Bereiche),
- sowie die Anzahl der gewünschten Kopien pro Seite auszuwählen .

Es ist empfehlenswert, vor dem Drucken mit **F-ile>P-rint Preview** die Druckbildvorschau aufzurufen und gegebenenfalls mit **O-ptions>P-rinting** Änderungen im Layout des geplanten Ausdrucks vorzunehmen.

Anwählen von **O-ptions>P-rinting** führt auf die folgenden Untermenüpunkte:

E-xpression Layout Schriftart und Schriftgröße der mathematischen Ausdrücke; Entscheidung ob die Zeilenkommentare bzw. Rechenzeiten gedruckt werden sollen
H-ader and Footer Gestaltung der Kopf- und Fußzeilen (Inhalt, Anordnung, Schriftart, Schriftgröße)

11.4 Drucken und Speichern von Bildern

Anklicken des Drucker-Symbols bzw. Anwählen des Menüpunktes **File>Print** in einem Graphikfenster bewirkt, dass der gesamte Fensterinhalt gedruckt wird.

Auch hier besteht die Möglichkeit, mit **File>Print Preview** die Druckbildvorschau aufzurufen bzw. mit Hilfe von **Options>Printing** das Layout des geplanten Ausdrucks zu beeinflussen.

Außerdem kann man den Inhalt eines Graphikfensters mit Hilfe des Menübefehls **File>Export** als Grafikfile abspeichern. Zur Auswahl stehen die Grafikformate **DIB**, **JPEG**, **Targa** und **TIFF**.