Dackelaufgabe 4: Seil um die Erde.

Die "aufgehängte" Erdkugel

Aufgabe :

Das Seil wird . um 1 m verlängert. Aber jetzt soll es nicht konzentrisch liegen, sondern so gezogen werden, dass es an einer Stelle maximalen Abstand von der Erdoberfläche besitzt. (vgl. Abb. 14)

Wie weit lässt sich das Seil hochziehen?

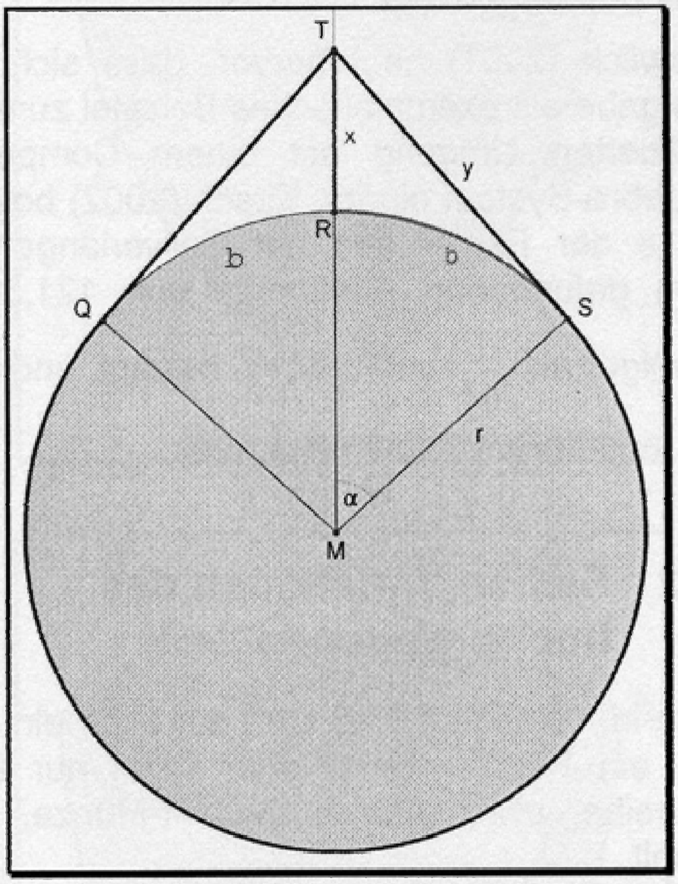

Abb. 14

Das Ergebnis ist scheinbar (wieder) paradox!

Vorüberlegung:
Wir kennen den Radius der Erde:
$r = 6\,366\,198$ m .

Daraus ergibt sich der Umfang: $U = 2 \cdot r \cdot \pi$.

Die Länge des Seiles ist dann $L = 2 \cdot r \cdot \pi + 1$.

Gesucht ist die Höhe x.

1. Grundformel für x:
Das Dreieck MST ist bei S rechtwinklig, weil Tangenten senkrecht auf dem Radius stehen. Die Hypothenuse ist MT und setzt sich aus **r** und **x** zusammen. Der Cosinus von α ist definiert als Ankathete zu Hypothenuse. Also gilt:
$\cos(\alpha) = r/(r+x)$.
Also gilt:
$(r+x) = r/\cos(\alpha)$.
Also gilt:
$x = r/\cos(\alpha) - r$.
Also gilt:

$$\mathbf{x = r \cdot (1/\cos(\alpha) - 1)} .$$

Den Radius r haben wir. Wir müssen also nur α bestimmen!

2. Formel für y:
Im rechtwinkligen Dreieck MST gilt $\tan(\alpha)$ = Gegenkathete zu Ankathete.
Also gilt: $\tan(\alpha) = y/r$.
Das heißt: $y = r \cdot \tan(\alpha)$.